

Grado Universitario en Ingeniería en Tecnologías
Industriales
(2017-2018)

Trabajo Fin de Grado

“Estudio numérico del comportamiento dinámico de un eje giratorio fisurado. Factor de Intensidad de Tensiones”

Alicia Blas Villares

Tutor:

Laura Montero García

Leganés, Octubre 2018



[Incluir en el caso del interés de su publicación en el archivo abierto]

Esta obra se encuentra sujeta a la licencia Creative Commons **Reconocimiento – No Comercial – Sin Obra Derivada**

ABSTRACT

In this project it has been studied the dynamic behavior of cracked shafts. For it, it has been analyzed the response of the same shaft with different depths of crack by numerical methods.

The understanding of critical speed is key for the development of this study, because of these speeds the physical defect appears in the rotors. Therefore, it will be essential to calculate both critical and subcritical speeds and then analyze each case under these conditions.

This is possible by simulations from a three-dimensional numerical model already created by the Finite Element Method (FEM) in Abaqus program.

On the other hand, it has been calculated the Stress Intensity Factor (SIF) on the whole crack front through the displacements of the faces of the crack in the simulation. Finally, with these results there will be obtained the conclusions of the following study.

Keywords: crack, critical speed, shaft, Stress Intensity Factor.

RESUMEN

En este Trabajo Fin de Grado se ha realizado el estudio del comportamiento dinámico de ejes fisurados. Para ello se ha analizado mediante métodos numéricos la respuesta de un mismo eje con diferentes profundidades de fisura.

El estudio de la velocidad crítica es clave para el desarrollo de este trabajo, ya que a estas velocidades es donde aparecen la mayor parte de los defectos en los rotores. Por ello, será fundamental calcular tanto las velocidades críticas como subcríticas y posteriormente analizar cada caso en estas condiciones.

Esto es posible mediante simulaciones a partir de un modelo numérico tridimensional ya creado mediante el Método de Elementos Finitos (MEF) en el programa Abaqus.

Por otro lado, se calcula el Factor de Intensidad de Tensiones (FIT) en el frente de la fisura a partir de los desplazamientos que sufren las caras de la fisura en la simulación. Finalmente, con estos resultados se dará lugar a las conclusiones del siguiente estudio.

Palabras clave: fisura, velocidad crítica, eje, Factor de Intensidad de Tensiones.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quiero agradecer a mi tutora Laura Montero haberme ofrecido la oportunidad de realizar este trabajo y prestarme su ayuda y dedicación en todo momento.

A mis padres por toda su comprensión y apoyo incondicional durante estos años y especialmente a mi hermano Miguel que ha sabido aconsejarme en los momentos más complicados.

Por último se lo dedico a mis amigos de la infancia que me muestran a diario todo su cariño. Sin ellos nunca lo habría logrado.

Muchas gracias a todos.

ÍNDICE GENERAL

1- INTRODUCCIÓN	1
1.1- Motivación	1
1.2- Objetivos	2
1.3- Estructura	2
2- ESTADO DEL ARTE	4
2.1- Modelo de Jeffcott Rotor	5
2.2- Velocidad crítica	6
2.3- Mecánica de fracturas	9
2.3.1- Mecánica de la Fractura Elástica Lineal	10
2.3.2- Comportamiento de la fisura y tenacidad a la fractura	10
2.3.3- Movimientos de apertura y cierre de la fisura	13
2.4- Entorno socio-económico	14
2.5- Marco regulador	15
3- MODELO NUMÉRICO	16
3.1- Método de Elementos Finitos	16
3.2- Planteamiento del problema	19
3.3- Descripción del modelo	21
3.3.1- Tipo de análisis	23
3.3.2- Definición de la fisura	23
3.3.4- Mallado del modelo	26
3.4- Factor de Intensidad de Tensiones	28

4- RESULTADOS	33
4.1- Análisis de frecuencia.....	33
4.2- Análisis dinámico	35
5- CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	47
5.1- Conclusiones	47
5.2- Trabajos futuros	48
6- PRESUPUESTO	50
7- BIBLIOGRAFÍA.....	52

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Modelo Rankine Rotor [2].	4
Figura 2.2: Modelo Jeffcott Rotor [2].	5
Figura 2.3: Giro síncrono y asíncrono [4].	6
Figura 2.4: Respuesta de la primera velocidad crítica [6].	7
Figura 2.5: Respuesta de la segunda velocidad crítica [6].	7
Figura 2.6: Modos de fractura [17].	11
Figura 2.7: Estado tensional en el fondo de la fisura [18].	12
Figura 3.8: Ejemplo de mallado de un problema complejo en muchos simples [23].	16
Figura 3.9: Componentes de un modelo en Abaqus [26].	19
Figura 3.10: Disco con masa excéntrica.	20
Figura 3.11: Esquema de la profundidad de fisura de los casos estudiados en el presente Trabajo fin de grado.	20
Figura 3.12: Módulos para crear y simular un caso real en Abaqus.	21
Figura 3.13: Esquema del modelo en partes.	22
Figura 3.14: Detalle de la zona fisurada y la zona intacta.	22
Figura 3.15: Superficies de contacto en el frente de fisura para $\alpha=0.1$	24
Figura 3.16: Superficies de contacto en el frente de fisura para $\alpha=0.25$	24
Figura 3.17: Superficies de contacto en el frente de fisura para $\alpha=0.4$	25
Figura 3.18: Interacción tipo “ <i>coupling</i> ”.	25
Figura 3.19: Mallado del modelo.	26

Figura 3.20: Detalle del mallado del modelo.	26
Figura 3.21: Comparativa del número de elementos del mallado dependiendo de la zona.	27
Figura 3.22: Esquema de la apertura de la fisura en un eje.	29
Figura 3.23: Detalle del frente de la fisura.	30
Figura 3. 24: Cálculo de la pendiente en la ecuación de K_I	30
Figura 3.25: Frente de fisura mallado por completo.	31
Figura 3.26: Gráfica de interpolación lineal [30].	32
Figura 4.27: Esquema de un eje biempotrado.	33
Figura 4.28: Desplazamiento horizontal del punto medio del frente de la fisura para $\alpha=0.25$ a $1/4$ de la velocidad crítica.	35
Figura 4.29: Desplazamiento vertical del punto medio del frente de la fisura para $\alpha=0.25$ a $1/4$ de la velocidad crítica.	36
Figura 4.30: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.1$ a $1/2$ de la velocidad crítica.	37
Figura 4.31: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.1$ a $1/3$ de la velocidad crítica.	38
Figura 4.32: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.1$ a $1/4$ de la velocidad crítica.	39
Figura 4.33: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.25$ a $1/2$ de la velocidad crítica.	40
Figura 4.34: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.25$ a $1/3$ de la velocidad crítica.	41
Figura 4.35: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.25$ a $1/4$ de la velocidad crítica.	42

Figura 4.36: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.4$ a $1/2$ de la velocidad crítica.	43
Figura 4.37: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.4$ a $1/3$ de la velocidad crítica.	44
Figura 4.38: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.4$ a $1/4$ de la velocidad crítica.	45

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 4.1: Análisis de frecuencia para las diferentes profundidades de fisura estudiadas.	34
Tabla 6.2: Costes de amortización.....	50
Tabla 6. 3: Costes de personal.	51

1- INTRODUCCIÓN

1.1- Motivación

La aparición y propagación de fisuras en ejes rotatorios es uno de los problemas más graves y frecuentes en el mundo de los elementos mecánicos. Este tipo de fallos acorta la vida de los elementos y puede llegar a ocasionar terribles accidentes, por ello es tan importante el estudio e identificación de fisuras. El conocimiento acerca del comportamiento dinámico de ejes fisurados ha permitido identificar la fisura con la suficiente antelación para evitar catástrofes.

Como aplicación común de ejes giratorios se encuentran los ejes de vagones de tren, compresores de alta velocidad, turbinas de vapor y gas, generadores y bombas. Todos ellos están sometidos a esfuerzos de flexión y soportan grandes tensiones que pueden provocar la aparición o propagación de grietas por fatiga.

La fatiga de materiales es una reducción de la capacidad de carga del componente que provoca la ruptura gradual de ese material, en consecuencia aparecen fisuras que reducen la rigidez y aumentan los desplazamientos, a la vez que disminuye la frecuencia de vibración. Esta deformación se hace máxima a una determinada velocidad conocida como velocidad crítica; por ello, para comprender el comportamiento de un eje fisurado, es fundamental realizar estudios a velocidades lo más próximas posibles a la crítica así como a las velocidades subcríticas.

En el presente Trabajo de Fin de Grado se muestra una alternativa a través de un modelo numérico de elementos finitos en Abaqus, el cual permite avanzar en el estudio de forma más rápida y económica a través de simulaciones del caso real. De tal modo que se evita la fracturación física de multitud de ejes y se consigue un importante ahorro y mejora en la precisión de obtención de resultados.

A partir del Factor de Intensidad de Tensiones (FIT) se obtendrá el estado tensional en el frente de la fisura, para cada profundidad de fisura estudiada, que dará lugar a las conclusiones finales de este trabajo.

1.2- Objetivos

El objetivo principal de este Trabajo Fin de Grado es estudiar el comportamiento dinámico de un eje giratorio fisurado, mediante técnicas numéricas que permitan simular la rotación del eje con diferentes profundidades de fisura y a diferentes velocidades. Para ello se pueden enumerar los siguientes objetivos:

- Simular el giro de un eje rotatorio con la profundidad de fisura deseada, a partir de un modelo numérico ya creado mediante un programa de elementos finitos.
- Obtener las velocidades críticas y subcríticas para cada caso de profundidad de fisura mediante métodos numéricos.
- Analizar el comportamiento dinámico del eje con diferentes profundidades de fisura y a diferentes velocidades.
- Calcular el Factor de Intensidad de Tensiones en condiciones dinámicas de giro, a partir de los desplazamientos de las caras de la fisura obtenidos en la simulación del modelo numérico.
- Analizar los resultados del FIT para obtener conclusiones sobre el comportamiento de los ejes fisurados.

1.3- Estructura

El presente Trabajo Fin de Grado está dividido en seis capítulos en los que se pretende cumplir con los objetivos descritos en el punto anterior. A continuación se explica el contenido que se desarrolla en cada uno de ellos:

- I. En el primer capítulo se introduce el presente Trabajo Fin de Grado mediante la motivación del alumno y la descripción de los objetivos fundamentales en los que se centra el presente estudio.
- II. En el segundo capítulo se hace un resumen de la teoría acerca de la dinámica de ejes. En este apartado se define el modelo de Jeffcott Rotor en el que se basa el estudio, se desarrolla el término de velocidad crítica y se profundiza en la mecánica de fracturas. Es fundamental la compresión y el estudio de las velocidades críticas, ya que será a estas velocidades donde se den mayores condiciones de deformación y por lo cual será ahí donde se estudien los diferentes casos. Con esto se pretende enfocar al lector en el marco teórico de las condiciones de la fractura con el fin de comprender el siguiente estudio.
- III. En el tercer capítulo se introduce el Método de Elementos Finitos, el cual hace posible el presente trabajo. Además se clarifica el planteamiento del problema con los datos del modelo que se va a simular, explicando aquellas particularidades de mayor interés sobre el modelo numérico creado en Abaqus. También se describe el Factor de Intensidad de Tensiones (FIT), uno de los conceptos más importantes en la mecánica de fracturas.
- IV. En el cuarto capítulo se calculan las velocidades críticas con técnicas numéricas mediante un análisis de frecuencias para diferentes profundidades de fisura. Posteriormente, mediante un análisis dinámico se obtienen los resultados necesarios para calcular el FIT en cada caso. Una vez obtenidos estos resultados, se analizan y se comparan las diferentes simulaciones.
- V. En el quinto apartado se enumeran las conclusiones obtenidas en el presente Trabajo Fin de Grado y se plantean desarrollos futuros para continuar con el estudio y comprensión de los ejes fisurados.
- VI. En el sexto capítulo se expone un listado del presupuesto estimado que supone la realización del presente estudio.
- VII. Finalmente, en el séptimo capítulo se indica la bibliografía que ha sido consultada para la realización de este trabajo.

2- ESTADO DEL ARTE

Las máquinas rotatorias están presentes en diversas aplicaciones de ingeniería, como automóviles, motores de aviones, centrales eléctricas, sistemas de propulsión y multitud de máquinas y herramientas. La tendencia en el diseño de todos estos sistemas es hacia un peso menor y operando a velocidades muy críticas, para ello es necesario el estudio detallado de las características dinámicas de los sistemas rotores.

Son muchos los estudios realizados en el campo de los sistemas dinámicos de rotor durante los últimos años, de los cuales, la gran mayoría se centran en la determinación de velocidades críticas, frecuencias naturales y respuesta al desequilibrio.

Para comprender el funcionamiento básico de cualquier sistema dinámico, se debe partir de un modelado adecuado del sistema. El rotor, es la parte que gira del sistema y es considerado como una masa única en forma de: masa puntual, un disco o un eje alargado. Los dos modelos de rotor simple más famosos en la historia son el modelo de Rankine [1] y el modelo de Jeffcott Rotor. El primero consiste en un sistema de dos grados de libertad en el que una masa rígida está unida a un resorte elástico que gira alrededor de un punto en dirección radial, como se muestra en la figura 2.1; y el modelo de Jeffcott Rotor, en el que se basa este Trabajo Fin de Grado, se explica a continuación.

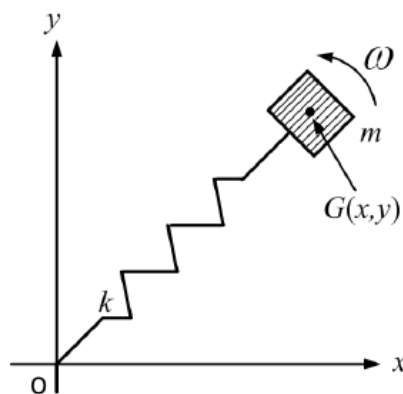


Figura 2.1: Modelo Rankine Rotor [2].

2.1- Modelo de Jeffcott Rotor

Jeffcott [3] propuso un modelo simplificado de rotor con las características esenciales de un rotor real con desequilibrios. Como se aprecia en la figura 2.2, el modelo consta de un disco rígido soportado por un eje flexible de sección uniforme y masa despreciable. El eje está apoyado en sus extremos sobre dos soportes infinitamente rígidos y en el centro se sitúa el disco que gira solidario al eje con una velocidad constante [4].

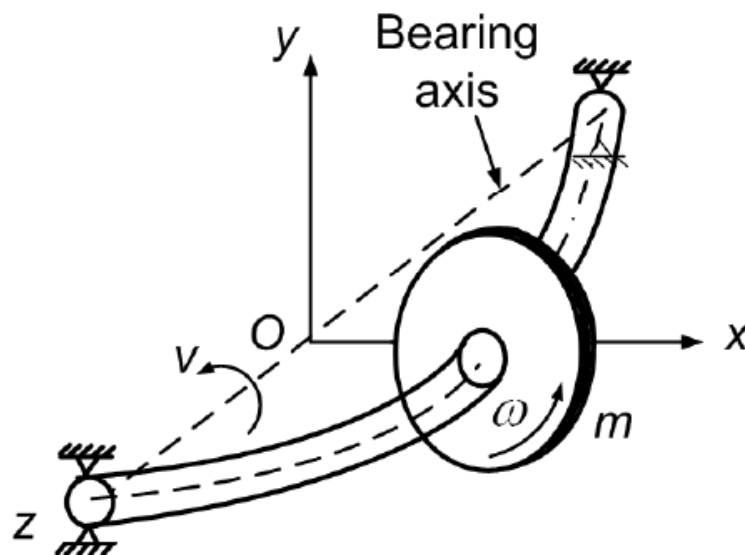


Figura 2.2: Modelo Jeffcott Rotor [2].

Según como se muestra en la figura 2.2, ω es la velocidad de giro del eje y v es la frecuencia de giro a la que el eje gira alrededor del eje de rodamiento (Bearing axis, eje z). Para este caso, se supone el giro síncrono, es decir que la velocidad orbital y la velocidad de giro son iguales y en el mismo sentido ($v = \omega$); este caso prevalece en las respuestas de desequilibrio. En la figura 2.3 se muestra un esquema desde la perspectiva del eje x e y del sentido de giro del eje (se muestran 4 posiciones) respecto del eje de

rodamiento (eje z del sistema); se puede diferenciar entre giro síncrono en la figura 2.3 a) y giro asíncrono en la figura 2.3 b). El punto negro en la sección del eje de la figura, representa la ubicación de desequilibrio o una marca cualquiera para hacer más visual el giro del eje [4].

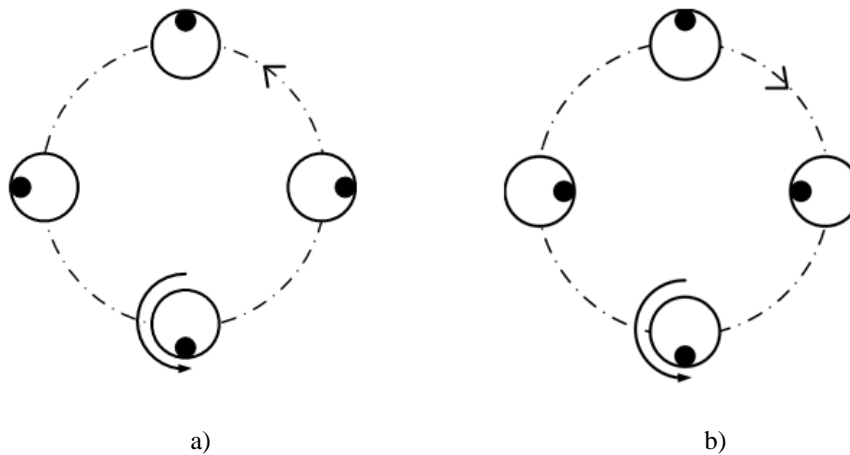


Figura 2.3: Giro síncrono y asíncrono [4].

El giro asíncrono sigue sentidos opuestos de giro y puede ocurrir cuando existe fricción entre el rotor y los elementos fijos; también puede darse este caso cuando las velocidades son muy elevadas o cuando el rotor es asimétrico.

2.2- Velocidad crítica

Todos los ejes sufren deformaciones durante la rotación incluso sin la presencia de cargas externas. La magnitud de la deformación depende de la rigidez y masa total del eje, de sus soportes, de las masas que se adicionan al eje y su consecuente desequilibrio que estas últimas le generan, además del amortiguamiento del sistema. Esta deformación, considerada función de la velocidad, alcanza sus valores máximos en las conocidas como velocidades críticas y velocidades subcríticas, que se expresan en forma de flexión del eje.

Por todo ello, la comprensión la de velocidad crítica es uno de los conceptos claves para la el desarrollo del siguiente estudio.

Por otra parte, se puede comprender la velocidad crítica del rotor desde el concepto de resonancia; para ello, se toma el elemento rotatorio de una máquina, como el componente resonante, y la frecuencia natural del rotor, coincide con la velocidad del rotor. Esto ocurre principalmente en bombas centrífugas y turbinas de vapor y gas. De tal forma que cuando la frecuencia resonante del rotor es alcanzada por la velocidad de funcionamiento de la máquina en cuestión, aumentan las fuerzas vibratorias del sistema y se deforma el elemento rotatorio [5].

Generalmente, se habla de la primera y segunda velocidad crítica debido a que el resto alcanza valores muy alejados de las velocidades de operación. Se puede apreciar el efecto de la primera velocidad crítica en la figura 2.4 para un eje empotrado que soporta dos masas, el cual sigue la forma más sencilla posible. Mientras que en la figura 2.5 se representa la segunda velocidad crítica que sigue la segunda forma más sencilla.

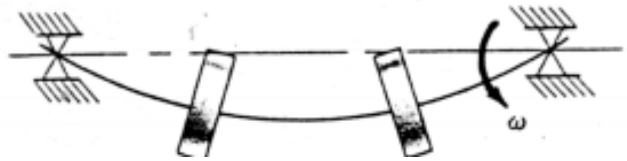


Figura 2.4: Respuesta de la primera velocidad crítica [6].

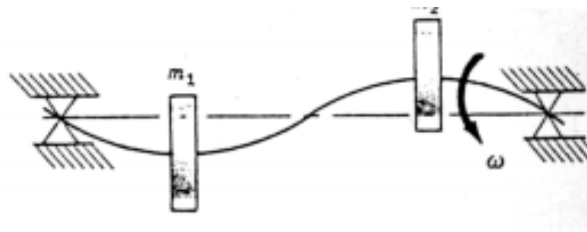


Figura 2.5: Respuesta de la segunda velocidad crítica [6].

Por otro lado, los rotores rígidos funcionan a velocidades por debajo de la primera velocidad crítica, los cuales también pueden sufrir fuerzas de desequilibrio repartidas a lo largo de su eje. Con la diferencia de que la suma de estos desequilibrios se puede corregir mediante métodos de equilibrado dinámico. Sin embargo una vez el eje se vuelve flexible al superar la primera velocidad crítica, se distorsionará el rotor perdiendo su rigidez. Y finalmente, este desequilibrio provoca un aumento de la vibración que se mantiene a velocidades superiores [6].

Existen multitud de métodos para el cálculo de la velocidad crítica de un eje de masa despreciable con múltiples masas concentradas en él. Los más conocidos son: el método de Rayleigh, el método de ecuación de frecuencias y el método de Dunkerley.

Tanto el método de Rayleigh como el de Dunkerley, permiten realizar aproximaciones de la primera velocidad crítica de un sistema de varias masas. Con la diferencia de que la ecuación de Rayleigh (ecuación 2.1) sobrestima la velocidad crítica y la ecuación de Dunkerley la subestima. Por otra parte, el método de ecuación de frecuencias es un método más complejo que proporciona una aproximación más exacta de las velocidades críticas.

En concreto, la aproximación de Rayleigh se basa en considerar que las deformaciones que sufre el eje en modo estático, debido al peso que soporta de las masas, son proporcionales a la deformación que sufre durante la rotación.

$$w_c = \sqrt{\frac{g * \sum m_n * \delta_n}{\sum m_n * \delta_n^2}} \quad (2.1)$$

Donde g se corresponde con la aceleración de la gravedad (m/s^2), m_n con la masa concentrada del rotor y δ_n con la deformación del rotor debido el peso del conjunto de masas del rotor.

En 1894, Dunkerley [7] fue el primero en usar el término de velocidad crítica. Esta se define como la velocidad w_c que coincide con la frecuencia natural del rotor w_n .

La frecuencia natural del rotor es la frecuencia a la que un sistema mecánico continúa rotando una vez se elimina la señal de excitación. A su vez, la frecuencia natural viene determinada por la ecuación 2.2 y depende de la rigidez k del eje y de la masa del disco m . Cuando la frecuencia natural es excitada por el desequilibrio rotativo del rotor,

entonces la velocidad del eje coincide con la frecuencia natural y es conocida como velocidad crítica; con la cual el eje se vuelve dinámicamente inestable y aumenta la probabilidad de que se den vibraciones que perjudican el funcionamiento del rotor, como pueden ser la aparición o propagación de fisuras. Por ello la velocidad crítica es determinante a la hora de realizar un estudio acerca de fisuras en ejes.

$$w_c = w_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.2)$$

Se puede identificar la velocidad crítica mediante el cálculo de la respuesta al desequilibrio. Para ello se debe graficar la respuesta del sistema con los efectos de desequilibrio y amortiguamiento a lo largo del rotor [8].

Por otro lado, son muchos los investigadores que han realizado estudios de detección de daños con submúltiplos de la velocidad crítica para que los efectos de resonancia y los cambios de rigidez sean perceptibles. Por lo que el estudio de las velocidades subcríticas será determinante para el Presente Trabajo Fin de Grado.

2.3- Mecánica de fracturas

Según Anderson [9], se define la Mecánica de la Fractura como el área de ingeniería que estudia los procesos mecánicos y cuantifica las condiciones bajo las cuales un cuerpo cargado puede fallar, debido a la aparición o crecimiento de una fisura en este cuerpo.

La mecánica de fractura se aplica tanto para el desarrollo de nuevos materiales como para la evaluación de la criticidad de un defecto, como una fisura, y entender el comportamiento de la misma. Son necesarios métodos numéricos como el Método de Elementos Finitos, explicado más adelante, para tratar problemas con geometría y condiciones de contorno genéricas [10].

2.3.1- Mecánica de la Fractura Elástica Lineal

La primera teoría desarrollada para explicar la propagación de fisuras y la fractura de componentes mecánicos, es conocida como Mecánica de la Fractura Elástica Lineal (MFEL). Fue propuesta por Griffith en 1920 [11] y desarrollada, posteriormente, por Irwin en 1957 [12]. Esta teoría trata de predecir la rotura de materiales frágiles con poca plasticidad.

Para desarrollar esta teoría, Griffith se basó en el primer principio de la termodinámica, en el que la disminución de la energía del sistema se debe al paso de un estado de equilibrio a no-equilibrio [13]. De tal forma que la tensión aplicada se concentra en los extremos de estos defectos y dicha tensión disminuye conforme se aleja de la fisura. Así, al aplicar un esfuerzo de tracción, la rotura ocurre cuando se supera la resistencia teórica del material en la punta de uno de los defectos. Esto conduce a la formación de la fisura que posteriormente se propagará y a su vez se liberará energía (parte de la energía almacenada en el material) [14] y [15]. Con todo esto demostró que la tensión crítica que requiere un material frágil para que se propague una fisura viene dada por:

$$\sigma_c = \left(\frac{2E\gamma_s}{\pi b} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.3)$$

Donde E es el módulo de elasticidad, γ_s es la energía superficial específica y b es la mitad de la longitud de una fisura interna. Posteriormente, Irwin en 1950 desarrolla el concepto de la energía disponible para la fractura o bien, tasa de liberación de energía elástica.

2.3.2- Comportamiento de la fisura y tenacidad a la fractura

De acuerdo con Boek (1986), una fisura en un sólido elástico puede verse sometida a tensión en tres modos y cada uno produce desplazamientos diferentes en la superficie de la misma (ver figura 2.6) [16]:

- Modo I: es el modo de apertura, en el cual la fisura se abre debido a la aplicación de tensiones perpendiculares al plano de la fisura.
- Modo II: es el modo de cortadura, donde los esfuerzos son paralelos a las caras y perpendiculares al frente de la fisura, pero con sentidos opuestos.
- Modo III: es el modo de cizalladura, donde los esfuerzos son paralelos a las caras y al frente de la fisura, pero con sentidos opuestos.

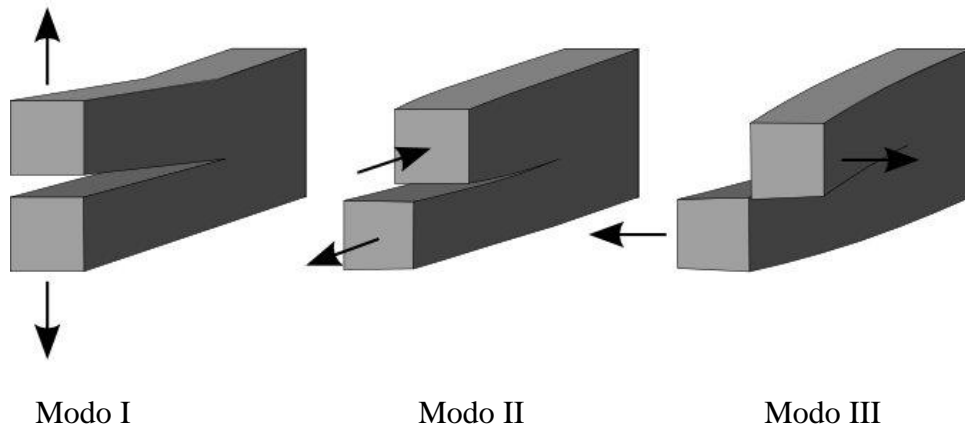


Figura 2.6: Modos de fractura [17].

El modo que ocurre con más frecuencia es el modo I, que es una carga de tracción, mientras que los modos II y III son cargas de deslizamiento y desgarre respectivamente. Usando los principios de la teoría de la elasticidad, las tensiones σ de la configuración del modo I dependen de la distancia radial r y del ángulo θ , representadas en la figura 2.7 y siguen la siguiente estructura:

$$\sigma_x = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_x(\theta) \quad (2.4)$$

$$\sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_y(\theta) \quad (2.5)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{xy}(\theta) \quad (2.6)$$

Donde las funciones del ángulo θ son las siguientes:

$$f_x(\theta) = \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (2.7)$$

$$f_y(\theta) = \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (2.8)$$

$$f_{xy}(\theta) = \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (2.9)$$

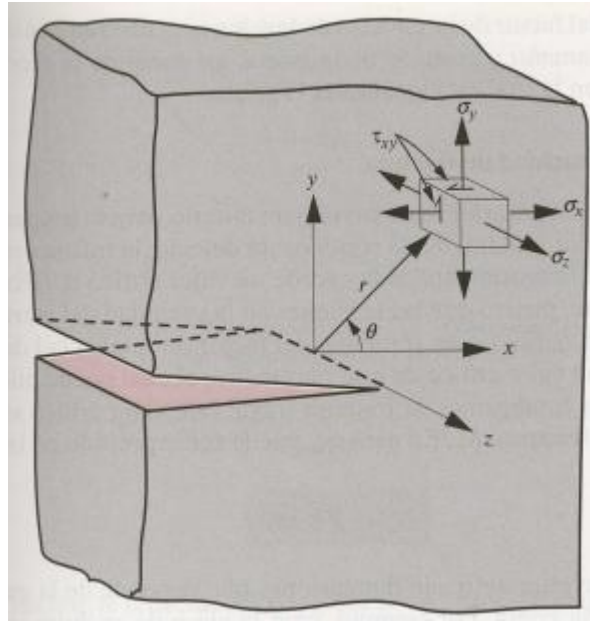


Figura 2.7: Estado tensional en el fondo de la fisura [18].

Como se ha comentado anteriormente, todas las alteraciones producidas por la rotura se concentran en la zona próxima a la fisura. Estas alteraciones están caracterizadas por el parámetro K que aparecía en las ecuaciones previas de tensión por tracción 2.4, 2.5 y por cortadura 2.6, y es comúnmente conocido como Factor de Intensidad de Tensiones (FIT). Este parámetro determina la magnitud de la distribución de tensiones, por lo que depende de la tensión nominal σ y del tamaño de la fisura a como se muestra en la

ecuación 2.10. Así todos los elementos estructurales con defectos se pueden clasificar en función de K [18].

$$K_c = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad (2.10)$$

Donde Y es un parámetro de corrección que depende de la geometría de la fisura. La fractura ocurrirá entonces cuando el nivel de tensión aplicada excede un valor crítico σ_c , y a su vez debe existir un valor crítico para el parámetro K que se denomina tenacidad a la fractura K_c .

2.3.3- Movimientos de apertura y cierre de la fisura

A la hora de estudiar el comportamiento de las fisuras, es importante comprender los estados en los que se puede encontrar dicha fisura ya que su presencia en un eje altera la flexibilidad de este. Cuando la fisura está abierta, la flexibilidad del eje será mínima y por el contrario, cuando la fisura está cerrada la flexibilidad será máxima. Por ello, será necesario formular un modelo que tenga en cuenta la apertura y cierre de la fisura, también conocido como mecanismo de “*breathing*” [19].

En general, se puede considerar que la fisura se abre si se encuentra sometida a esfuerzos de tracción y cerrada si se encuentra sometida a esfuerzos de compresión.

Por otro lado existen numerosos estudios que tratan la presencia de las fisuras de diferente modo:

- Fisura abierta: consideran la fisura abierta en todo momento. De tal modo que la función propuesta será constante [20]:

$$G(\theta) = 1 \quad (2.11)$$

- Fisura abierta o cerrada: considera la fisura totalmente abierta o totalmente cerrada sin tener en cuenta la transición entre un estado y otro. La función propuesta tomará valores de 0 y 1 únicamente.
- Fisura abierta y cerrada: este es el modo que mejor representa el comportamiento de una fisura, de tal forma que evita el cambio brusco durante el proceso de apertura y cierre, mediante una transición suave como ocurre en la realidad. Para ello Mayer y Davies [21] propusieron una función cosenoidal que representa este comportamiento mediante la siguiente ecuación [22]:

$$G(\theta) = \frac{1 + \cos \theta}{2} \quad (2.12)$$

2.4- Entorno socio-económico

En este documento se presenta una alternativa para el cálculo de la velocidad crítica mediante métodos numéricos a partir de un modelo creado en un programa de elementos finitos. Con él se pretende ayudar al estudio y comprensión del comportamiento dinámico de un eje fisurado, siendo una aportación más al conjunto de estudios ya realizados en este área.

Este proyecto de interés público es aplicable a toda máquina rotatoria. De tal modo que puede suponer importantes beneficios económicos al estudiar el comportamiento de fisuras en ejes, con el fin de evitar accidentes en la sociedad actual y mejorar la calidad de vida de sus habitantes.

2.5- Marco regulador

Este Trabajo Fin de Grado no sigue ningún marco regulador. De tal forma que no existe ninguna regulación, normativa legal o técnica ni restricción que se aplique al planteamiento y resolución del presente estudio.

3- MODELO NUMÉRICO

3.1- Método de Elementos Finitos

El Método de Elementos Finitos (MEF) es un método de resolución de problemas complejos de mecánica de sólidos. Además, es una potente herramienta de cálculo que proporciona una solución aproximada del problema real, lo cual puede suponer un gran avance en multitud de estudios.

Para utilizar este método se parte de la creación de un sólido con la geometría deseada, sometido a un sistema de cargas y restricciones. Los resultados se obtienen gracias a la subdivisión del sólido en pequeñas partes o elementos. A su vez, esta división en pequeños elementos convierte un problema complejo en muchos simples (ver figura 3.8), lo cual permite al ordenador realizar los cálculos con eficiencia.

El método propone que un número infinito de variables desconocidas, sean sustituidas por un número limitado de elementos de comportamiento conocido y bien definido; siendo la limitación del número de elementos lo que da nombre al método.

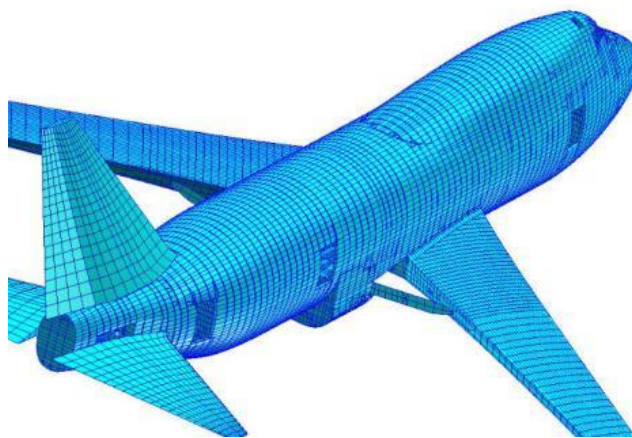


Figura 3.8: Ejemplo de mallado de un problema complejo en muchos simples [23].

Estos elementos finitos están conectados entre sí por puntos que se llaman nodos o puntos nodales, y al conjunto de todos ellos (elementos y nodos) se le denomina malla. De tal modo que es posible medir los desplazamientos entre estos nodos y así determinar las tensiones y deformaciones en el interior del elemento de manera aproximada. La precisión de este método depende de la cantidad de nodos, de elementos y del tipo de malla, de forma que cuanto mayor sea el número de nodos y menor sea el tamaño de los elementos, más precisos serán los resultados del análisis.

La clave del método está en que tras su aplicación, se obtiene una expresión del tipo:

$$\{F\} = [k]\{u\} \quad (3.13)$$

En la que $\{F\}$ es un vector columna conocido como vector de cargas, donde se encuentran las fuerzas exteriores (las aplicadas directamente y las reacciones consecuencia de las restricciones) que actúan sobre el sólido; $\{u\}$ es el vector de desplazamientos nodales y la matriz $[k]$ se representa como la matriz de rigidez del sistema estructural (ver ecuación 3.14).

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} (F_1)_x \\ (F_1)_y \\ (F_2)_x \\ (F_2)_y \\ (F_3)_x \\ (F_3)_y \end{Bmatrix} \quad \{u\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

$$[k] = \text{matriz de rigidez de elemento (6x6)}$$

De esta forma, se sigue la hipótesis de que los desplazamientos de los puntos en el interior del elemento pueden aproximarse mediante funciones lineales de las coordenadas del punto que consideremos.

$$\begin{aligned}u(x, y) &= u = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y \\v(x, y) &= v = \beta_4 + \beta_5 x + \beta_6 y\end{aligned}\tag{3.15}$$

Donde u y v son las componentes del desplazamiento en un punto genérico del elemento según los ejes de coordenadas, y β es un coeficiente a determinar [24].

El Método de los Elementos Finitos tiene como principal aplicación la resolución y diagnóstico de problemas en análisis estructural. Esto implica la obtención de desplazamientos, deformaciones y tensiones, además de la evaluación de su rendimiento mediante criterios de rigidez, resistencia o fatiga. Por otro lado, también es posible realizar análisis térmicos, acústicos, electromagnéticos y de fluidos.

El desarrollo de este tipo de método, se hace posible gracias a la integración de los software de representación geométrica conocido como CAD (Computer Aided Design) con los sistemas basados en elementos finitos como CAE (Computer Aided Engineering). Todo ello hace posible un análisis ágil y eficiente [25].

Para el presente Trabajo Fin de Grado se parte de un modelo tridimensional numérico ya creado [16] mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF) utilizando el código comercial Abaqus, que se explica detalladamente en el siguiente apartado.

Abaqus es un programa de cálculo por elementos finitos que permite resolver problemas de mecánica de sólidos, lineales y no lineales, en los rangos estático y dinámico. Se emplea Abaqus/Standard para establecer las condiciones iniciales en situación de reposo, y se obtiene solución para análisis estáticos y dinámicos de baja velocidad donde la situación de concentración de esfuerzos es crítica. Se emplea Abaqus/Explicit para simular y resolver casos dinámicos de conducta no lineal como los que se aplican a consumos electrónicos y térmicos, choques e impactos, acústica, fluidos...etc. También permite crear modelos con material de tipo elastoplástico y viscoplástico, entre otros.

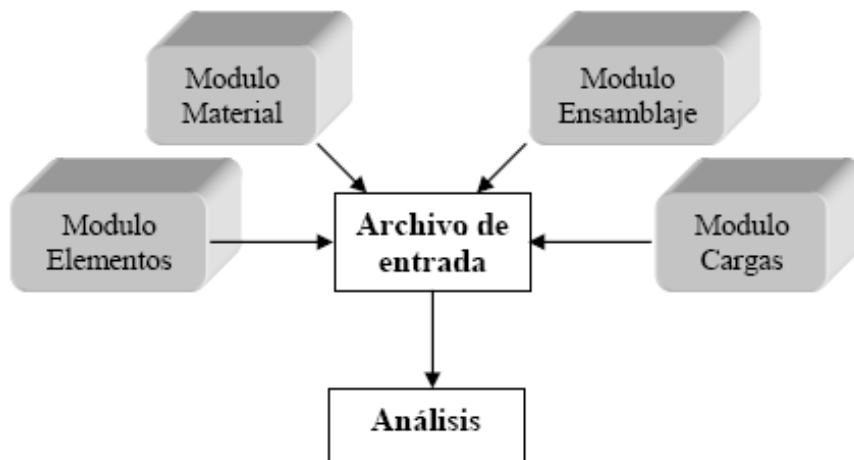


Figura 3.9: Componentes de un modelo en Abaqus [26].

Para definir el programa, Abaqus consta de un preprocesador gráfico (CAE) que genera un archivo de entrada (figura 3.9) con las características geométricas y propiedades deseadas que permite crear, editar, monitorizar, diagnosticar y visualizar los análisis; posteriormente, con un procesador se resuelve el problema siguiendo el método Standard o Explicit, y por último se visualiza mediante un postprocesador (ODB) donde se introducen las variables de salida que se desea obtener [27].

3.2- Planteamiento del problema

El modelo que se ha analizado está formado por un eje de aluminio con las siguientes características: longitud $L=0.9$ m, diámetro $D=0.02$ m, densidad $\rho=2700$ kg/m³, masa $M_{\text{eje}}=0.763$ kg, módulo de Young $E=72$ GPa y coeficiente de Poisson $\nu = 0.33$. Dicho eje cuenta con un disco de acero de masa $m_{\text{disco}}=5$ kg, situado a 4mm de la mitad del eje, de diámetro de 0.2m, espesor de 0.021m, densidad $\rho_{\text{ac}}=7850$ kg/m³, módulo de Young $E_{\text{ac}}=210$ GPa y coeficiente de Poisson $\nu = 0.33$. Además, el disco cuenta con una masa excéntrica de acero con masa $m_{\text{excéntrica}}= 0.2$ kg con lo que aumentará los desequilibrios. Como se aprecia en la figura 3.10, esta excentricidad está situada en la parte inferior del disco.

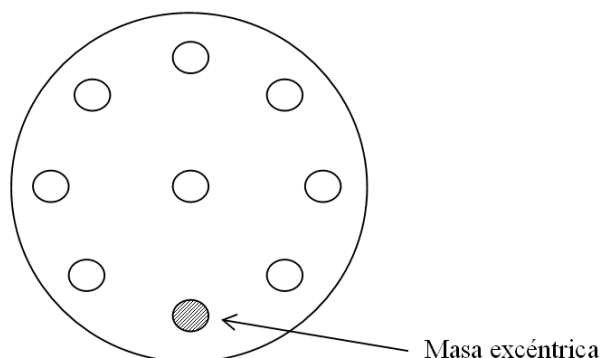


Figura 3.10: Disco con masa excéntrica.

Por otra parte, si nos centramos en el frente de fisura, es fundamental definir el concepto de profundidad de fisura α , ya que será esta la que varíe en función de los casos a estudiar. Se puede relacionar este último término junto con el diámetro del eje, para dar lugar a la distancia vertical de apertura de la fisura, que se define mediante a (ecuación 3.16). Además, en la figura 3.11 se muestra un esquema del frente de fisura según las 3 profundidades que se van a analizar.

$$a = D_{eje} \times \alpha \quad (3.16)$$

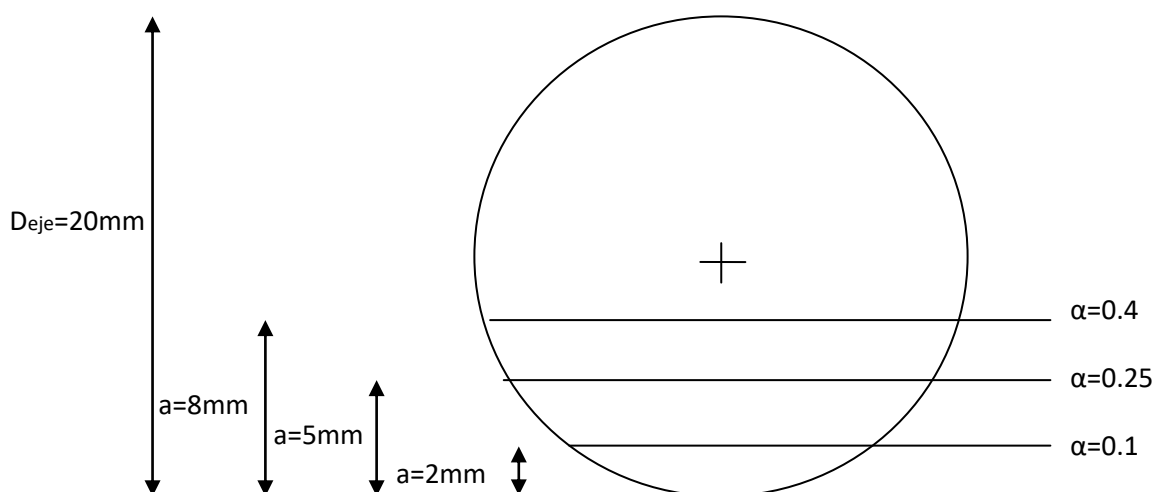


Figura 3.11: Esquema de la profundidad de fisura de los casos estudiados en el presente Trabajo fin de grado.

En el presente Trabajo Fin de Grado se van a realizar simulaciones para tres profundidades diferentes ($\alpha=0.1$, $\alpha=0.25$ y $\alpha=0.4$) a distintas velocidades subcríticas. En concreto se realizarán las simulaciones a 1/2, 1/3 y 1/4 de la velocidad crítica, por lo que se realizarán 9 simulaciones.

3.3- Descripción del modelo

Para realizar las simulaciones y comenzar con el estudio, se ha utilizado el programa de cálculo de elementos finitos llamado Abaqus como se ha comentado en el apartado anterior. En general, los pasos que el autor siguió para llegar al modelo del que partimos en este Trabajo Fin de Grado son: primeramente, la creación por separado de todas las partes que conforman el sistema y la definición de sus propiedades; posteriormente, mediante interacciones y reacciones de contacto, se realizan las uniones de estas partes teniendo en cuenta los movimientos que se desea permitir; finalmente, se definen las cargas y restricciones que soportará el sistema. En la figura 3.12 aparece un esquema detallado con los módulos a seguir para llegar a la creación del modelo final.

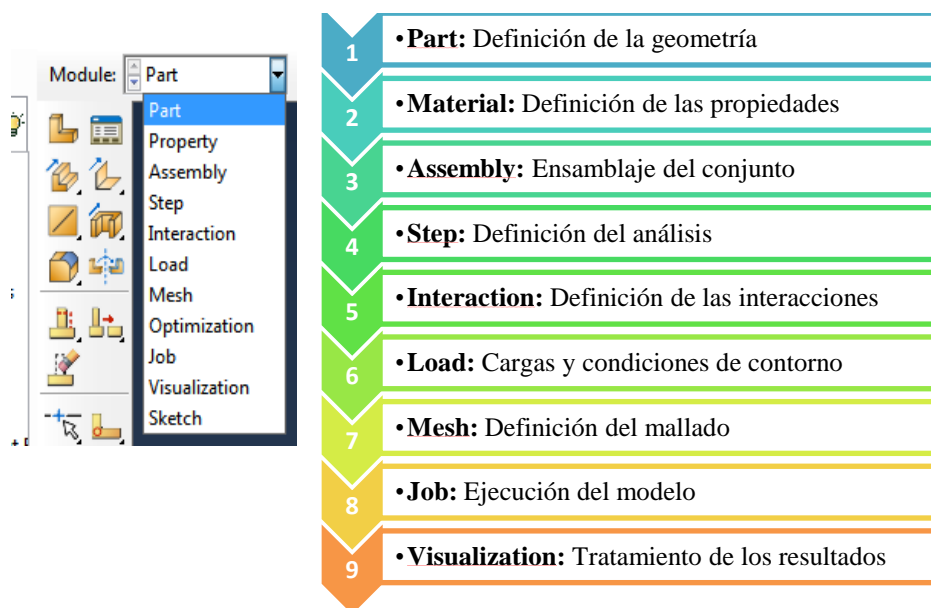


Figura 3.12: Módulos para crear y simular un caso real en Abaqus.

Para poder realizar los análisis deseados, se debe dividir el eje longitudinalmente en dos partes iguales y entre estas dos, será donde se sitúe la fisura a estudiar. En la figura 3.13 se muestra un esquema del modelo donde se puede apreciar la ubicación del disco y el frente de fisura.

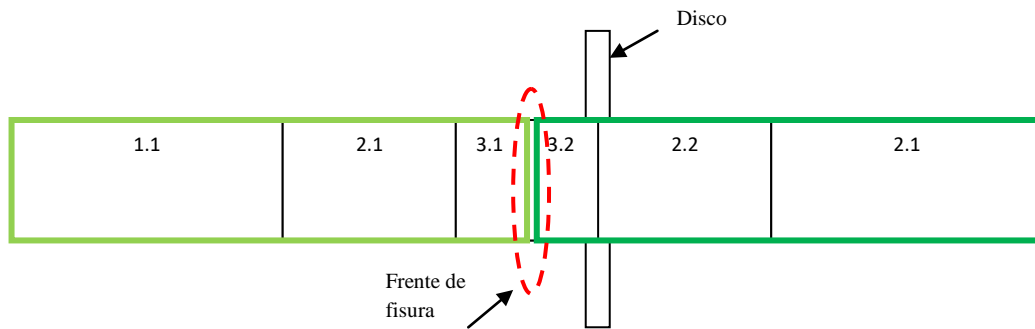


Figura 3.13: Esquema del modelo en partes.

En la figura 3.14 se muestra un esquema para el caso de $\alpha=0.25$ donde se distingue la zona fisurada y la zona intacta.

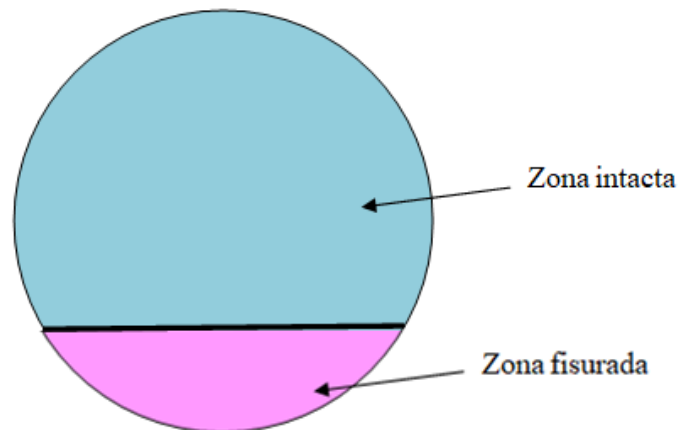


Figura 3.14: Detalle de la zona fisurada y la zona intacta.

A continuación se explican los detalles más significativos de la descripción del modelo.

3.3.1- Tipo de análisis

Se deben distinguir dos tipos de análisis a la hora de realizar este estudio:

- Por un lado, se realiza un análisis estático (Static/General) donde se definen las condiciones iniciales y a partir del cual se realizará el análisis de frecuencia. A partir del análisis de frecuencia se obtendrán las frecuencias naturales del rotor que como se explicó en el apartado anterior, se corresponden con las velocidades críticas.
- Por otro lado se realiza un análisis dinámico (Dynamic/Implicit) con el que se obtiene la simulación del movimiento del rotor y a partir del cual se pueden extraer multitud de resultados, como por ejemplo los desplazamientos en la cara de la fisura.

Es importante destacar que existen dos modos de llevar a cabo este último análisis dinámico, mediante el modo Explicit y mediante el modo Implicit. Son muchos los estudios de simulaciones realizadas en modo Explicit [16], [28] y [29], por ello se propone en este Trabajo Fin de Grado realizar las simulaciones en modo Implicit. Esto supone una mejora respecto de los anteriores ya que las simulaciones de los casos realizados en modo Implicit tardan mucho menos en obtener resultados que los casos en Explicit. Esta reducción de tiempo permite realizar muchas más simulaciones, teniendo en cuenta que el tiempo de obtención de resultados de cada simulación ha sido de 15 días aproximadamente.

3.3.2- Definición de la fisura

Para realizar las simulaciones a partir del modelo creado, se debe modificar en el módulo “Interaction” de Abaqus los contactos entre las caras del frente de fisura. Para ello se debe fijar una zona de forma permanente, zona intacta, mediante la unión tipo fijo “Tie”; mientras que la zona fisurada se fijará como contacto del tipo “Surface to surface” que impedirá que una cara penetre en la otra cuando la fisura se encuentre cerrada.

En las figuras 3.15, 3.16 y 3.17 se puede observar como la zona marcada en morado se corresponde con la unión fija y la zona marcada en rojo se corresponde con la apertura de la fisura. De esta forma se modificará el modelo para cada caso a estudiar.

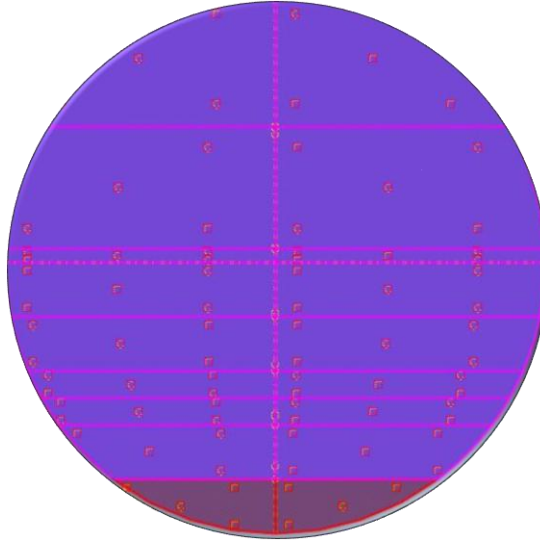


Figura 3.15: Superficies de contacto en el frente de fisura para $\alpha=0.1$.

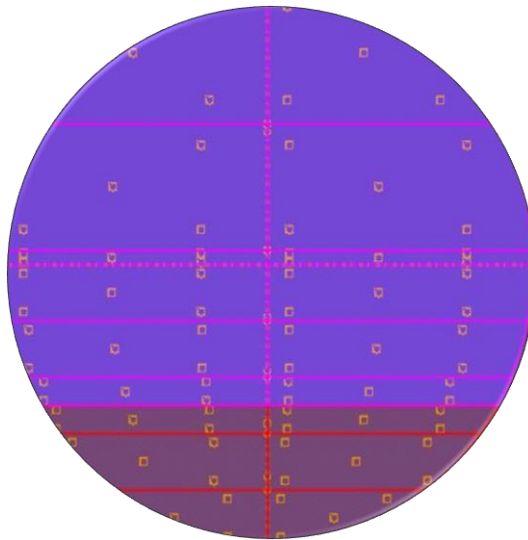


Figura 3.16: Superficies de contacto en el frente de fisura para $\alpha=0.25$.

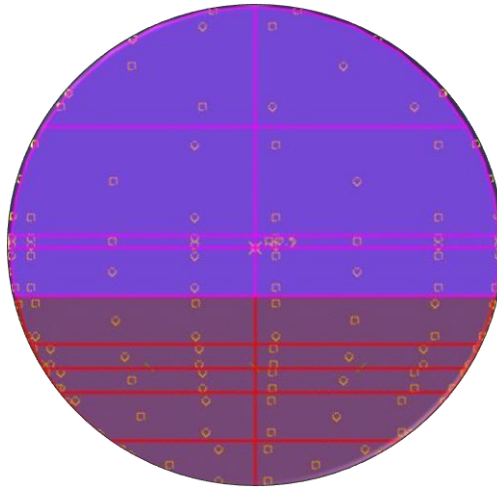


Figura 3.17: Superficies de contacto en el frente de fisura para $\alpha=0.4$.

Por otra parte, para que nuestro sistema gire a la velocidad deseada y tenga un punto o soporte fijo, se debe aplicar otro tipo de interacción llamada “*coupling*”. Esta interacción relaciona los puntos de las caras exteriores del eje en un solo punto separado del eje (uno a cada lado) en el cual se establecen las condiciones de contorno apropiadas (ver figura 3.18). Es en este punto donde se restringen todos los desplazamientos y giros de la forma: $u1=u2=u3=ur1=ur2=ur3=0$.

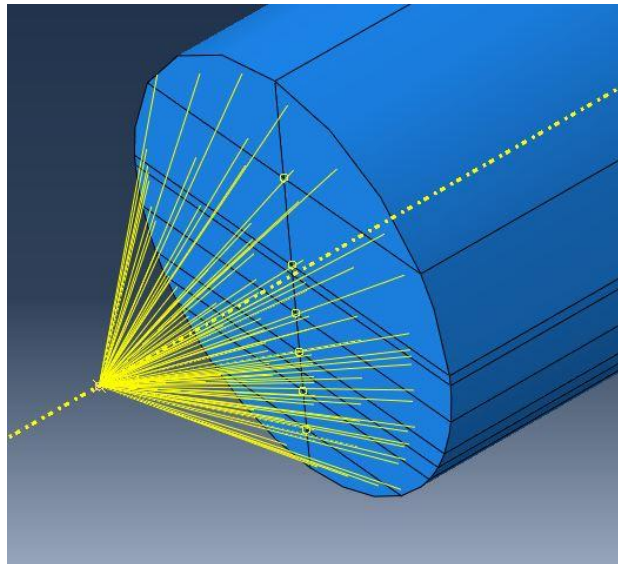


Figura 3.18: Interacción tipo “*coupling*”.

3.3.4- Mallado del modelo

En el módulo “mesh” se define el mallado del modelo, del tal forma que a partir de subdividirlo en elementos hexaédricos quedan interconectados los vértices (nodos) donde se calculan los desplazamientos. Mediante un refinado de la malla, se reduce el tamaño de los elementos con lo que aumenta el número de nodos y con ello se obtienen resultados más próximos a la realidad, aunque esto implica un mayor tiempo en el proceso de cálculo de estos resultados por parte del programa. A continuación se puede apreciar en detalle el mallado del modelo estudiado:

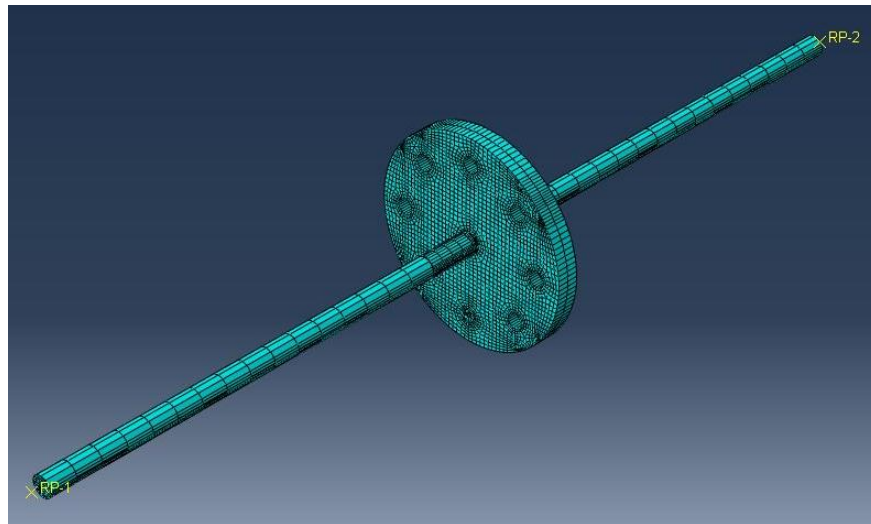


Figura 3.19: Mallado del modelo.

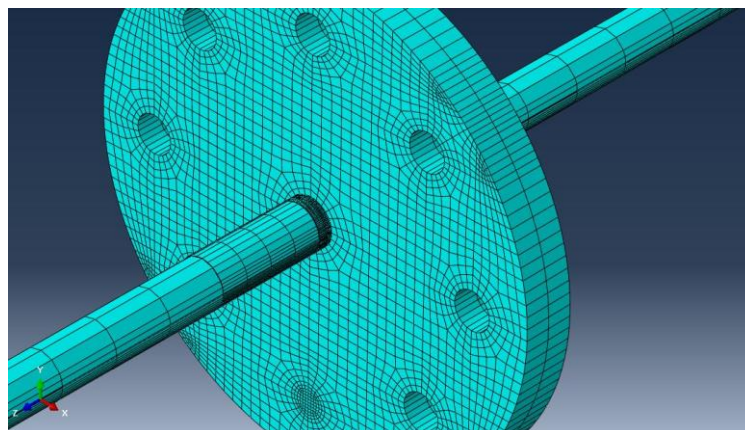


Figura 3.20: Detalle del mallado del modelo.

En las figuras 3.19 y 3.20 se aprecia como varía el mallado dependiendo de la distancia a la zona fisurada. Es por ello por lo que el eje se divide en seis partes de diferentes longitudes y se adecúa la malla a la necesidad de obtener mayor precisión, es decir, mayor número de elementos más pequeños. De tal manera que en las zonas más críticas, como son las zonas próximas a la fisura, el mallado será mucho más pequeño. En concreto para el modelo estudiado, tras el mallado, el modelo se divide en un total de 30674 elementos y en la figura 3.21 se muestra una gráfica en la que se representa dicho número de elementos por zonas.

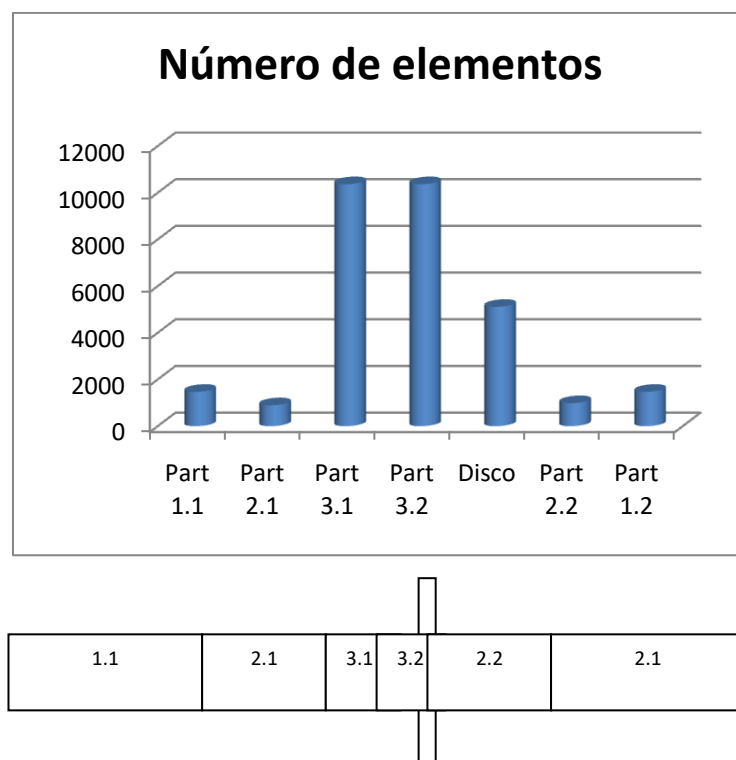


Figura 3.21: Comparativa del número de elementos del mallado dependiendo de la zona.

3.4- Factor de Intensidad de Tensiones

El Factor de intensidad de tensiones (FIT) es el estado tensional en el frente de una fisura. Se calcula de forma teórica para un material homogéneo, elástico y lineal; además, supone un indicador de fallo para materiales frágiles. Se calcula mediante la ecuación 3.17 en el fondo de la fisura.

$$FIT = F_I = \frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi \times a}} \quad (3.17)$$

La fractura aparece cuando el nivel de tensión aplicada excede un valor crítico σ_c y en concreto σ se corresponde a la magnitud de la tensión nominal aplicada y se calcula como en la ecuación 3.18, teniendo en cuenta el momento flector M y el diámetro del eje. Por otro lado, la tenacidad a la fractura K_I se calcula como en la ecuación 3.19 y es el valor crítico del factor de intensidad de tensiones, depende fundamentalmente de la geometría del modelo a estudiar [18].

$$\sigma = \frac{32 \times M}{\pi \times D^3} \quad (3.18)$$

$$K_I = \frac{2\mu\sqrt{2\pi}}{(3 - (4\nu) + 1)} \times \frac{u_z}{\sqrt{r}} \quad (3.19)$$

Para un eje de aluminio el valor del coeficiente de Poisson es de $\nu=0.33$; el módulo de elasticidad transversal μ sigue la ecuación 3.20 y como se indicó anteriormente, su módulo elástico longitudinal es de $E=72\text{GPa}$.

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.20)$$

La distancia real de apertura de la fisura u_z se obtiene mediante la variación de los desplazamientos en la dirección longitudinal del eje. Para ello se debe seleccionar el mismo punto en cada cara del eje: en la cara de la fisura de la parte izquierda del eje $P2$ y otro punto en la cara fisurada de la parte derecha $P1$ (ver figura 3.22). La apertura real de la fisura será la diferencia entre ambas caras como se expresa mediante la ecuación 3.21.

$$u_z = \frac{P_2 - P_1}{2} \quad (3.21)$$

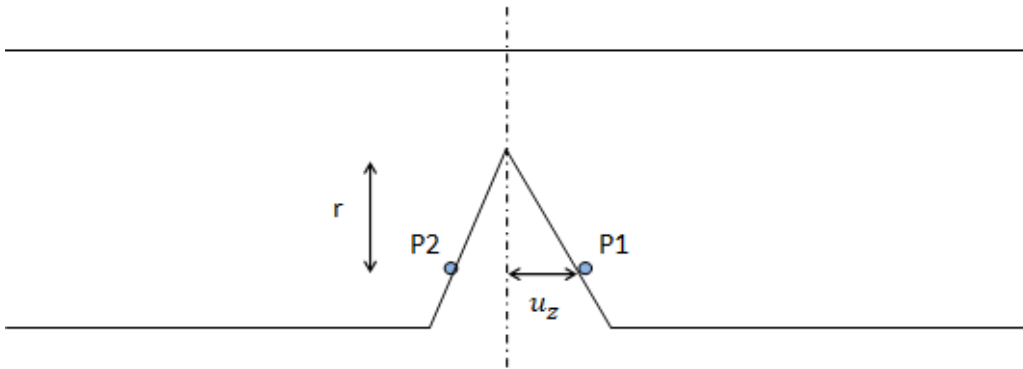


Figura 3.22: Esquema de la apertura de la fisura en un eje.

El termino r será la distancia vertical entre el punto donde se calculan los desplazamientos ($P1$ y $P2$ según la figura 3.22) y el final de la fisura. Finalmente, para obtener todos los resultados deseados, se requiere calcular los desplazamientos como se ha explicado previamente; para ello es necesario introducir el término de γ que representa 15 posiciones a lo largo del frente de la fisura, además de 5 posiciones o contornos hacia abajo. De este modo se apreciará con mucha exactitud, mediante un total de 90 puntos, todo lo que ocurre en el frente de la fisura. En la siguiente figura se explica con detalle las 15 posiciones de γ y los 5 contornos.

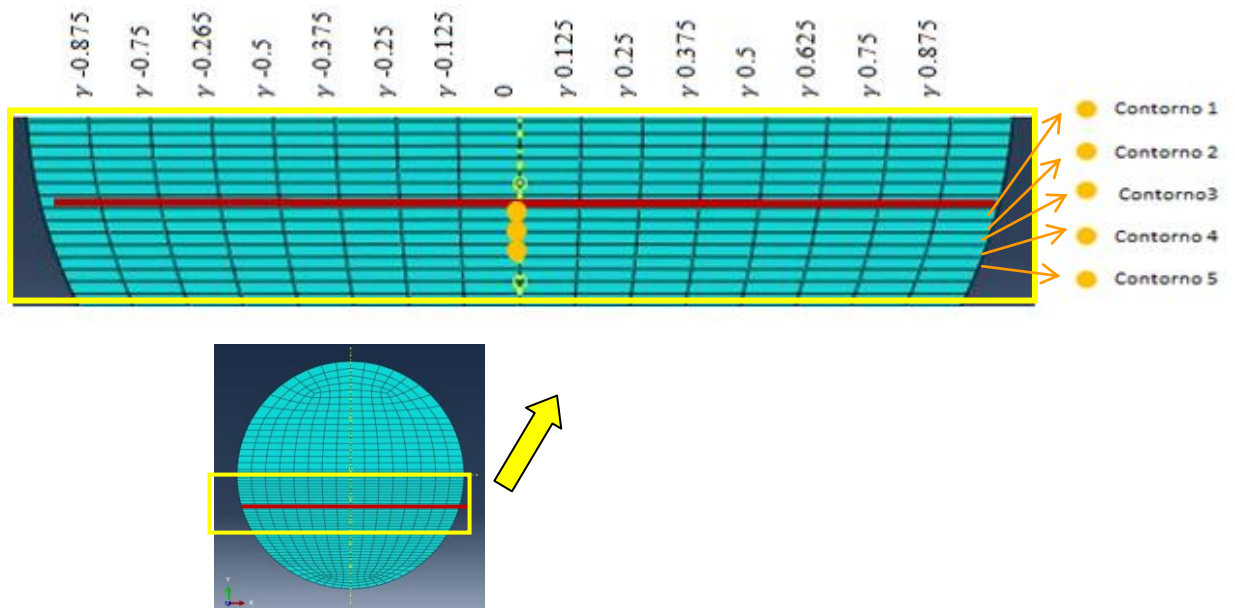


Figura 3.23: Detalle del frente del fisura.

Volviendo a la ecuación 3.19, $\frac{u_z}{\sqrt{r}}$ es la pendiente de la recta que une los desplazamientos de los 5 contornos que se miden. Una vez calculada la tenacidad a la fractura K_{Ic} se calcula el FIT de cada punto del frente de fisura mediante la ecuación 3.17 descrita anteriormente. Como ejemplo, se muestra la figura 3.24 la pendiente para el caso $\alpha=0.4$ a $1/2$ de la velocidad crítica en el punto central del eje de la fisura ($\gamma = 0$) a 45° en la última vuelta.

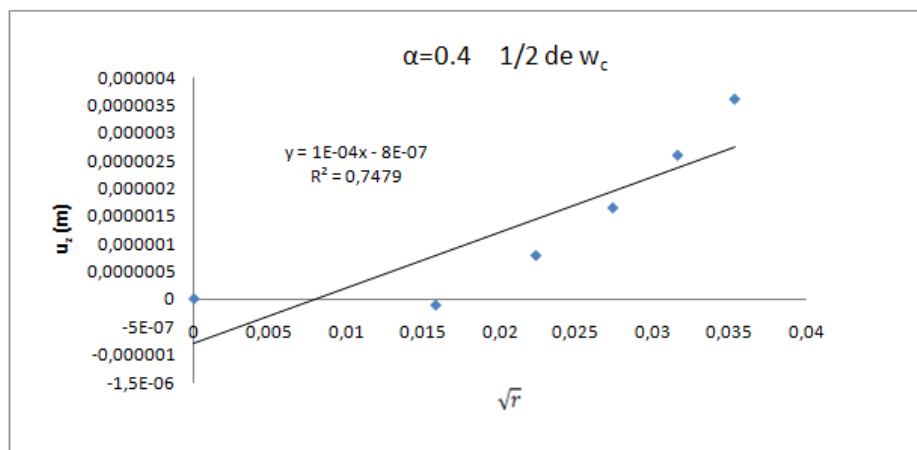


Figura 3.24: Cálculo de la pendiente en la ecuación de K_{Ic} .

Otro aspecto a tener en cuenta a la hora de obtener resultados, es la curvatura de la malla. Como se comentaba previamente, para obtener el FIT de un punto del frente de fisura (γ) se necesita obtener el desplazamiento en 5 puntos o (contornos) en dirección vertical (dirección en la que se mide r); de tal forma que si el mallado es curvo, no se pueden obtener esos puntos en esa dirección. Además, como se observa en la figura 3.25, debido a la geometría circular se hace complicado lograr una malla uniforme; por ello, para el caso de $\alpha=0.1$ y $\alpha=0.25$ donde la malla es destacablemente más curva que en $\alpha=0.4$, habrá que interpolar los resultados para analizar el punto medio entre cada γ .

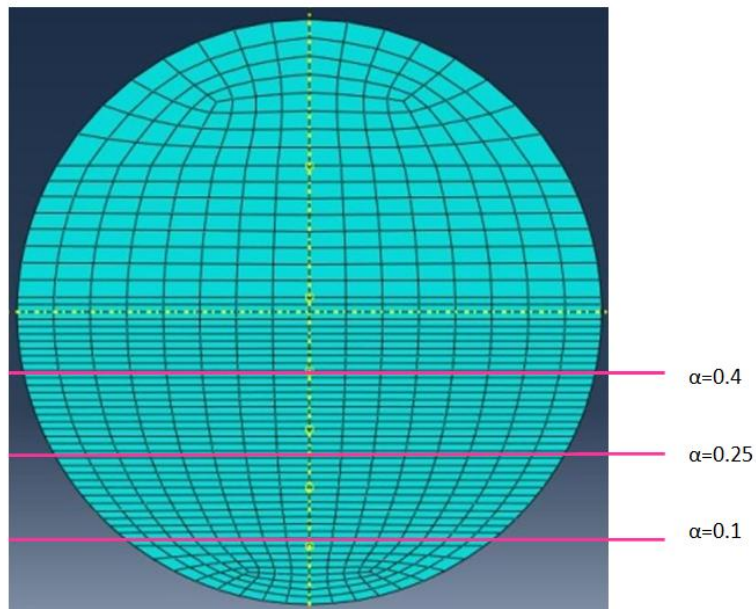


Figura 3.25: Frente de fisura mallado por completo.

La interpolación lineal es un procedimiento muy empleado que permite hallar un dato dentro de un intervalo en el que se conocen los valores en los extremos. Conocidos los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) según la figura 3.26, mediante la ecuación 3.22 se estima el valor y para un valor x tal que $x_1 < x < x_2$.

$$y = y_1 + \left[\frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)} * (y_2 - y_1) \right] \quad (3.22)$$

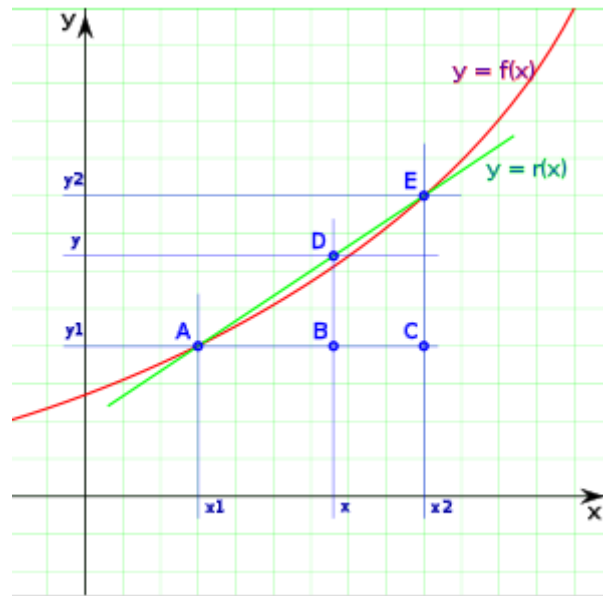


Figura 3.26: Gráfica de interpolación lineal [30].

4- RESULTADOS

Una vez definido el modelo, se analizan las velocidades críticas y los submúltiplos de estas, según la profundidad.

4.1- Análisis de frecuencia

Como ya se ha explicado en el capítulo 2 del presente Trabajo Fin de Grado, la velocidad crítica que se quiere obtener se corresponde a la frecuencia natural de un rotor y se calcula teóricamente para un eje intacto de la siguiente forma:

$$w_c = w_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.23)$$

La rigidez k se calcula dividiendo la fuerza F entre el desplazamiento δ obtenido a partir de la fuerza aplicada. Para poder calcularlo teóricamente, el modelo se debe aproximar a un eje biempotrado como el que se muestra en la figura 4.27.

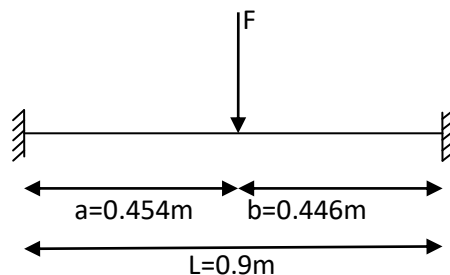


Figura 4.27: Esquema de un eje biempotrado.

El desplazamiento se calcula siguiendo la siguiente ecuación:

$$\delta = \frac{2 * F * a^2 * b^2}{3 * E * I * (L + (2 * a))^2} \quad (4.24)$$

Se tendrá en cuenta una fuerza aplicada de:

$$F = (m_{disco} + m_{excéntrica}) * g \quad (4.25)$$

Para un eje con sección transversal circular, el momento de inercia del área es:

$$I = \frac{\pi D_{eje}^4}{64} \quad (4.26)$$

Ahora bien, para calcular la velocidad crítica de un eje fisurado no se puede realizar un cálculo teórico como el descrito previamente para ejes intactos, por ello se recurre al programa de elementos finitos de Abaqus.

Para obtener los resultados en los diferentes casos de profundidad de fisura mediante métodos numéricos, se debe realizar un análisis de frecuencia en Abaqus como se explicó en el apartado 3 del presente trabajo. A continuación se presentan en la tabla 4.1 los resultados obtenidos para las profundidades de fisura: $\alpha=0.1$, $\alpha=0.25$ y $\alpha=0.4$. A su vez, para cada profundidad se calcula las velocidades críticas y subcríticas para cada fisura y se estudia lo ocurrido a 1/2, 1/3 y 1/4 de estas velocidades ya que serán determinantes para el estudio.

		Frec (rad/s)			
α	Frec (Hz)	1	1/2	1/3	1/4
0,4	27,7885	174,6	88,1	58	43,4
0,25	27,9635	175,7	88,4	58,1	44
0,1	28,0749	176,4	88,7	58,2	44,3

Tabla 4.1: Análisis de frecuencia para las diferentes profundidades de fisura estudiadas.

Como se observa en la Tabla 4.1, la frecuencia natural del rotor, que se corresponde a su vez con la velocidad crítica, va disminuyendo conforme aumenta la profundidad de fisura. Esto se debe a que la presencia de una fisura afecta negativamente a la rigidez del eje, por lo que es lógico esperar que las frecuencias naturales de los casos con fisura tengan valores menores según aumenta la profundidad de fisura.

4.2- Análisis dinámico

A partir de las velocidades críticas obtenidas, se procede al análisis dinámico realizado con Abaqus/Implicit para obtener los desplazamientos verticales (eje y) y horizontales (eje x) en el punto medio de la sección fisurada. Además, es importante saber que se obtendrán resultados cada 5 grados en todas las vueltas.

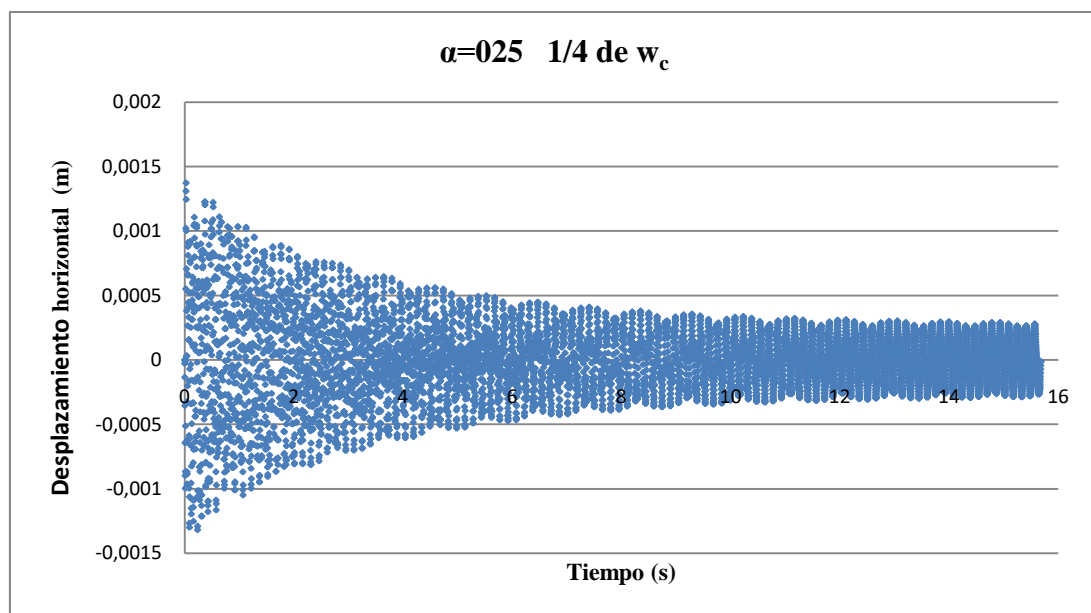


Figura 4.28: Desplazamiento horizontal del punto medio del frente de la fisura para $\alpha=0.25$ a $1/4$ de la velocidad crítica.

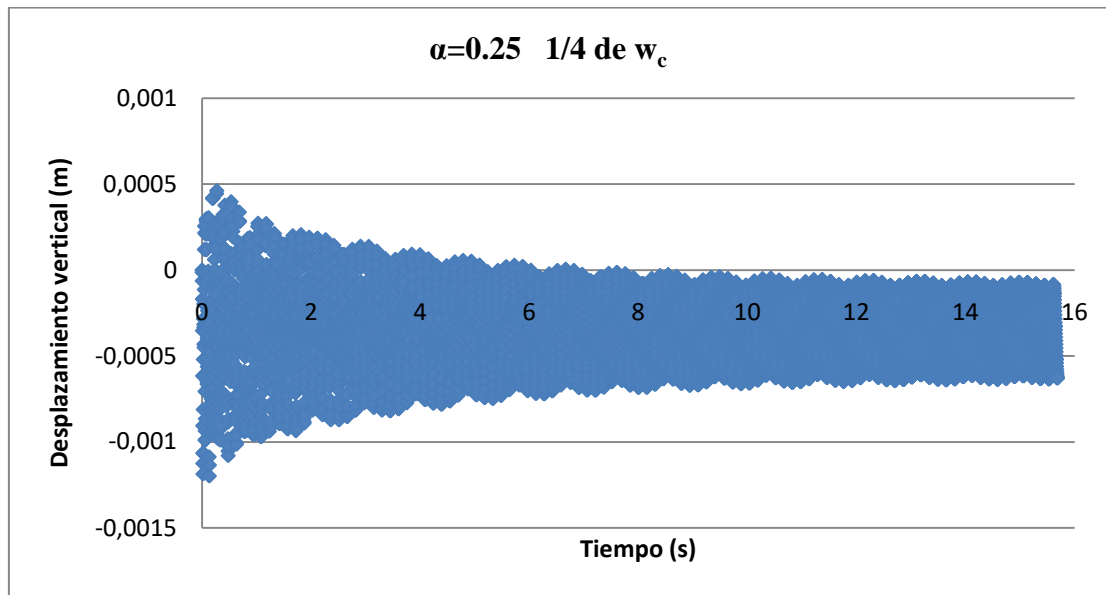


Figura 4.29: Desplazamiento vertical del punto medio del frente de la fisura para $\alpha=0.25$ a $1/4$ de la velocidad crítica.

Como se aprecia en las figura 4.28 y 4.29, al representar los desplazamientos verticales y horizontales del frente de la fisura respecto del tiempo, se observa como conforme aumenta el tiempo y el número de vueltas, se estabilizan más los resultados. Por ello a continuación se analizarán los resultados en la última vuelta donde los desplazamientos son más estables.

Además, si se comparan los desplazamientos horizontales y verticales a diferentes profundidades de fisura, se puede concluir que al aumentar la profundidad de fisura aumenta también los desplazamientos en ambos ejes. Esto posiblemente se debe a la mayor inestabilidad que supone tener una fisura más profunda.

A partir de las velocidades críticas obtenidas, y una vez realizado el análisis dinámico se analiza el Factor de Intensidad de Tensiones (FIT) según se explicó en el capítulo anterior, gracias a los desplazamientos obtenidos en el eje z para la última vuelta simulada.

En primer lugar, se analiza el FIT según la influencia de la velocidad crítica y después se analiza la influencia de la profundidad de fisura. Para estudiar la influencia de la velocidad crítica, se va fijar la profundidad de fisura y se van a comparar los resultados de los submúltiplos de la velocidad crítica, y esto se repetirá para cada profundidad de fisura estudiada.

Para comenzar a analizar la influencia de la velocidad crítica, se empieza con el caso de $\alpha=0.1$ simulado a 1/2, 1/3 y 1/4 de la velocidad crítica. En las figuras 4.30, 4.31 y 4.32 se representa el Factor de Intensidad de Tensiones en la última vuelta para cada γ , de tal modo que se cubre todo el frente de fisura en horizontal y 5 contornos hacia abajo.

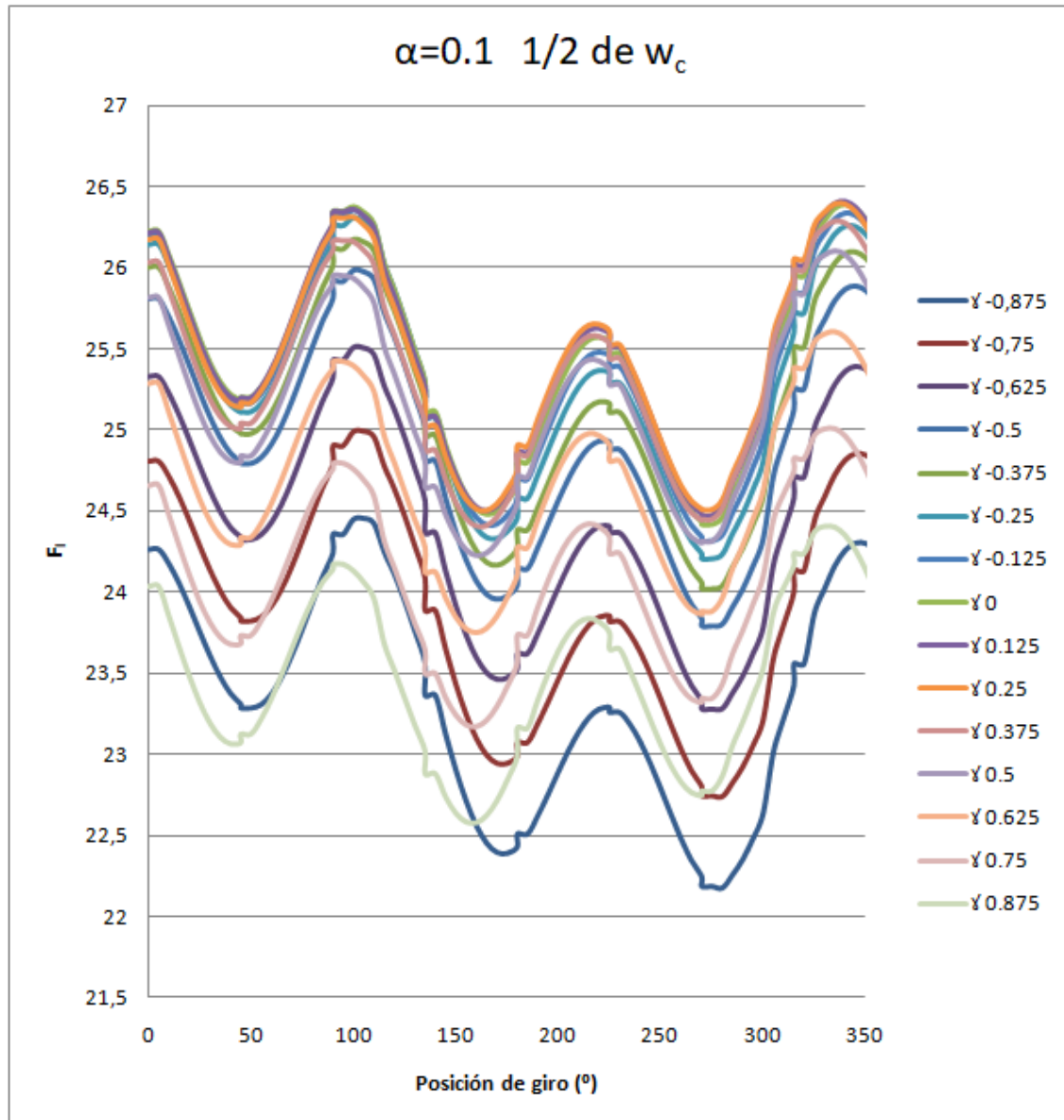


Figura 4.30: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.1$ a 1/2 de la velocidad crítica.

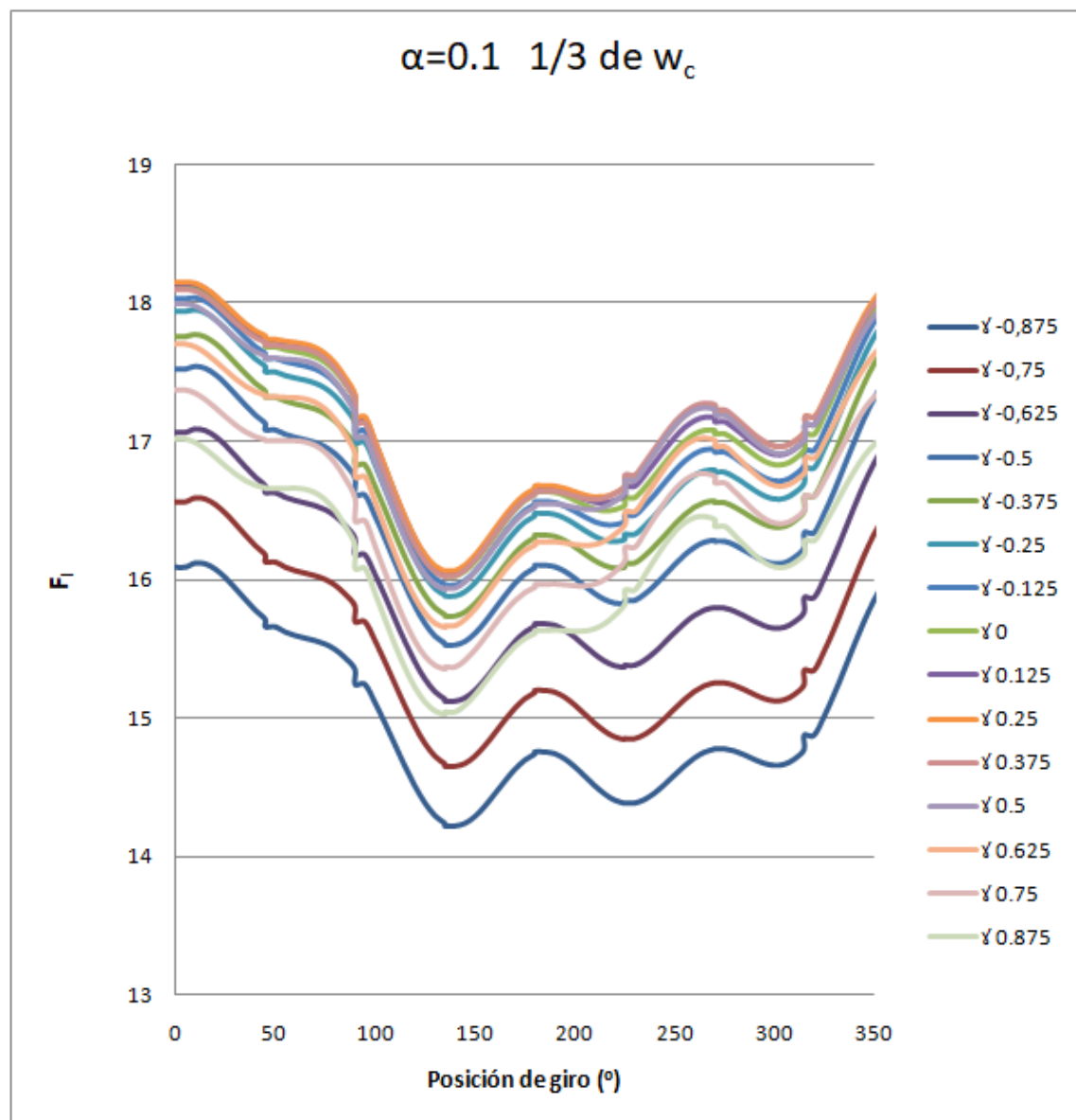


Figura 4.31: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.1$ a $1/3$ de la velocidad crítica.

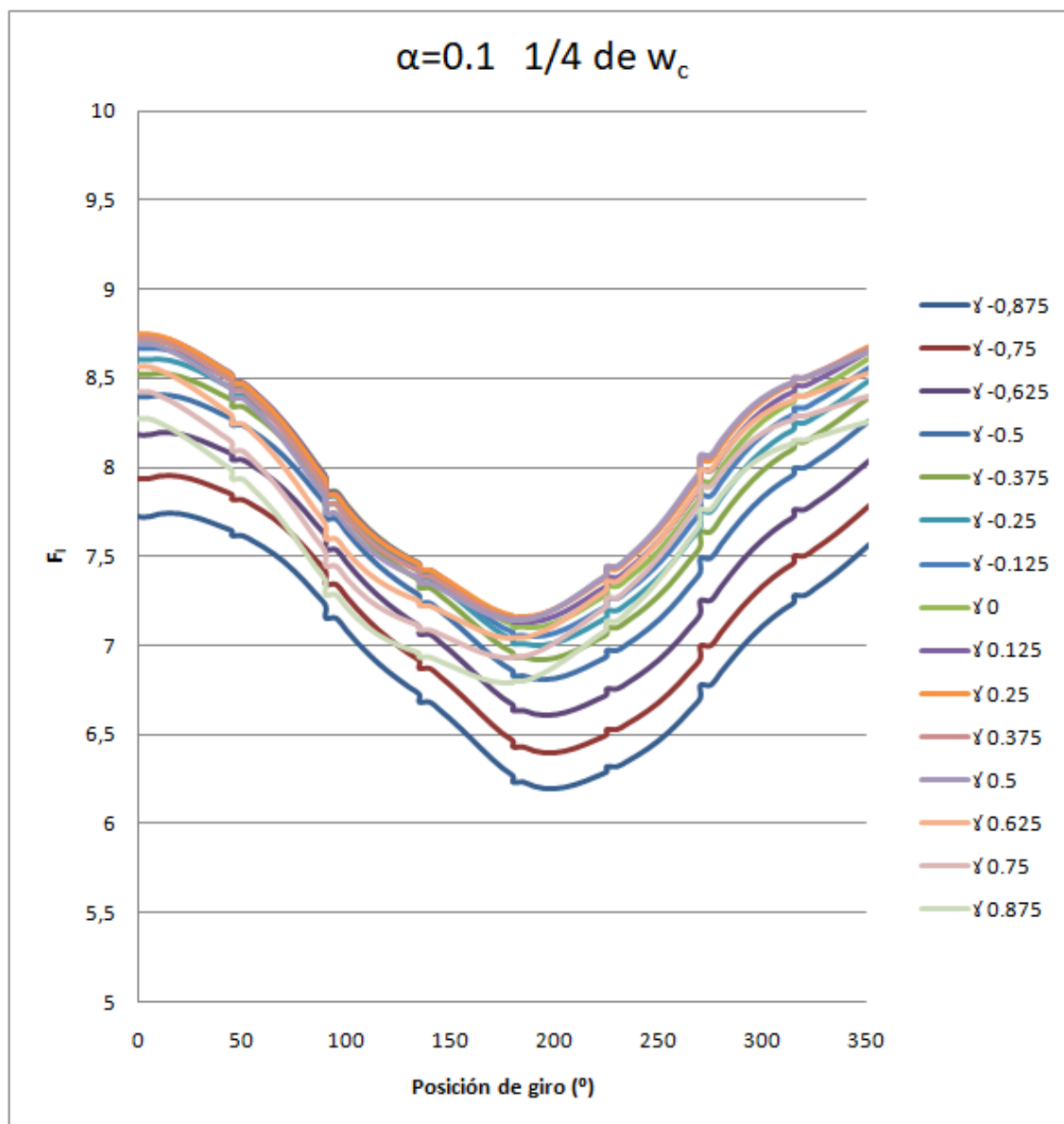


Figura 4.32: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.1$ a $1/4$ de la velocidad crítica.

Si comparamos los tres casos de las figuras anteriores con la misma profundidad de fisura de $\alpha=0.1$ y distintas velocidades, se observa que a una velocidad más próxima a la crítica como es la de $1/2$, se obtienen valores de FIT muy elevados que oscilan entre 22 y 26,5; mientras que a $1/3$ de la velocidad crítica, los valores oscilan entre 14 y 18; y para velocidades más alejadas de la crítica como la de $1/4$, los valores oscilan entre 6 y 9. Se puede concluir entonces, que el FIT aumenta a medida que aumenta la velocidad de giro, siendo superiores aquellas que más se aproximan a la velocidad crítica.

A la vista de los resultados se puede observar que los valores máximos en cada caso, coinciden con las posiciones centrales del eje como: $\gamma = -0.25$, $\gamma = -0.125$, $\gamma = 0$,

$\gamma = 0.125$ y $\gamma = 0.25$; mientras que los valores mínimos se dan en los extremos del frente de la fisura por ambos lados: $\gamma = -0.875$ y $\gamma = 0.875$. Al acumular los valores máximos en el centro del frente de la fisura, dicha fisura se extenderá antes por la parte central que por los extremos.

A continuación se muestran los resultados del FIT obtenidos para una profundidad de fisura superior a $\alpha=0.1$. En las figuras 4.33, 4.34 y 4.35 se representa el FIT para una profundidad de $\alpha=0.25$ a $1/2$, $1/3$ y $1/4$ de la velocidad crítica.

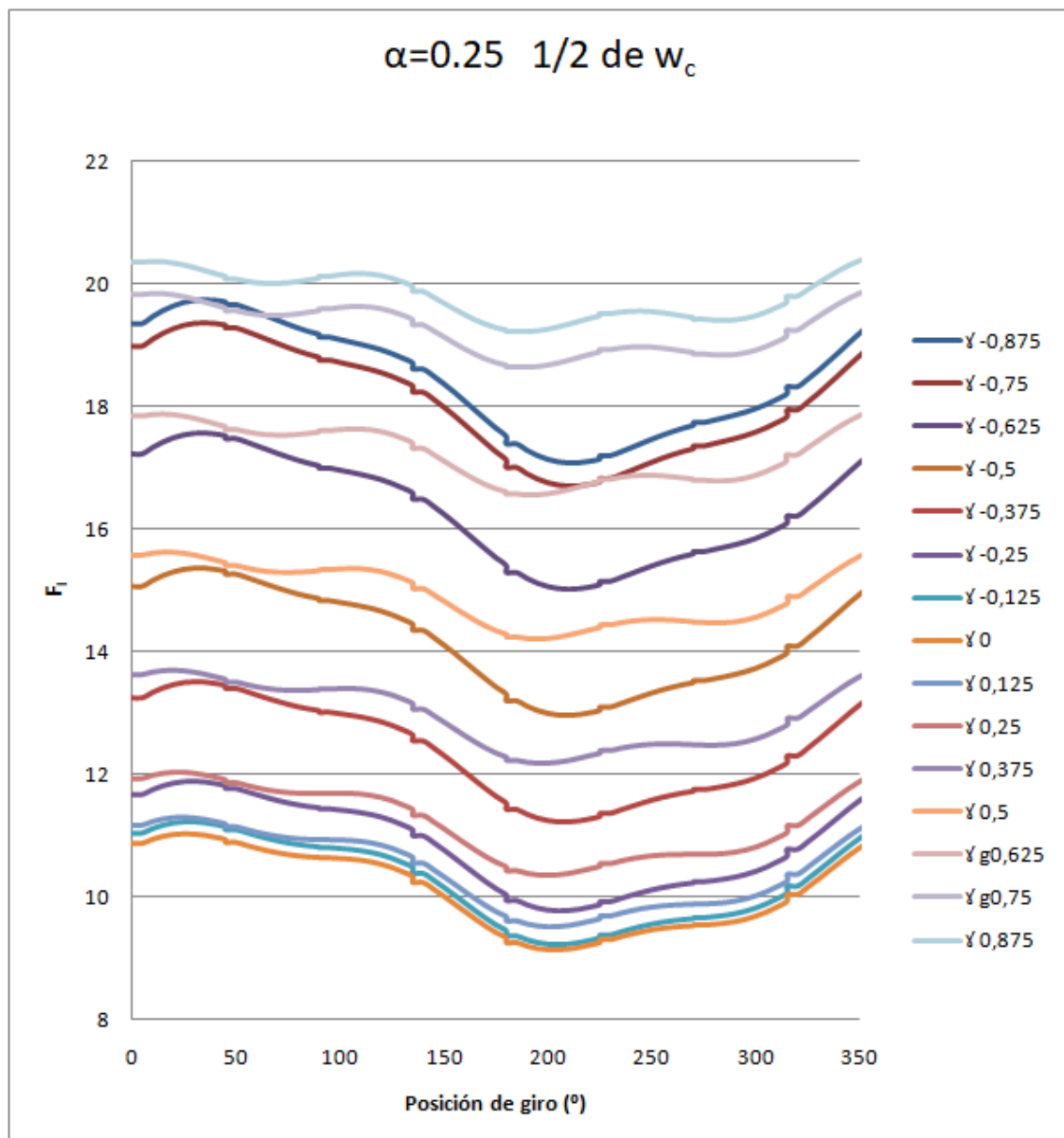


Figura 4.33: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.25$ a $1/2$ de la velocidad crítica.

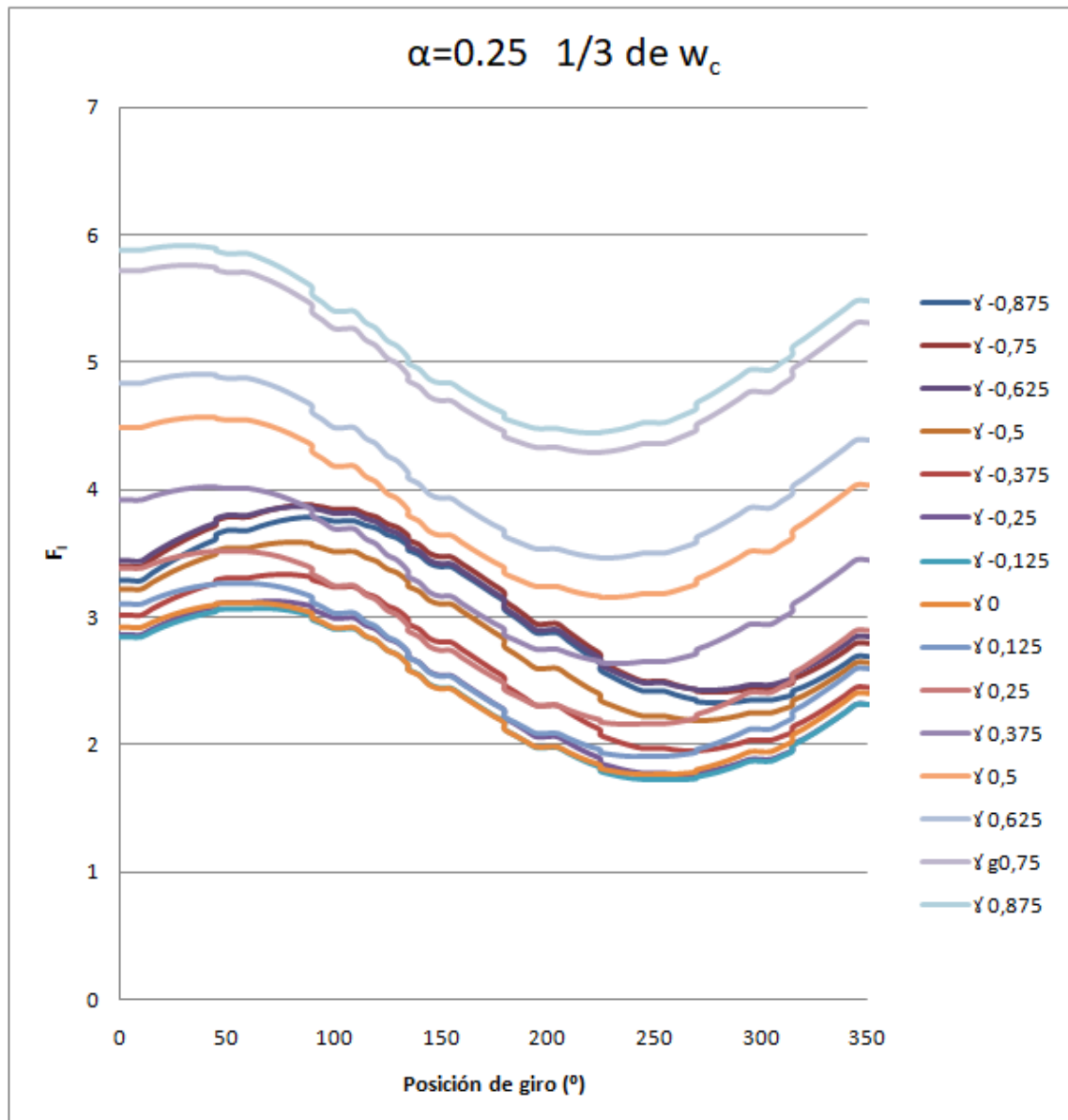


Figura 4.34: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.25$ a $1/3$ de la velocidad crítica.

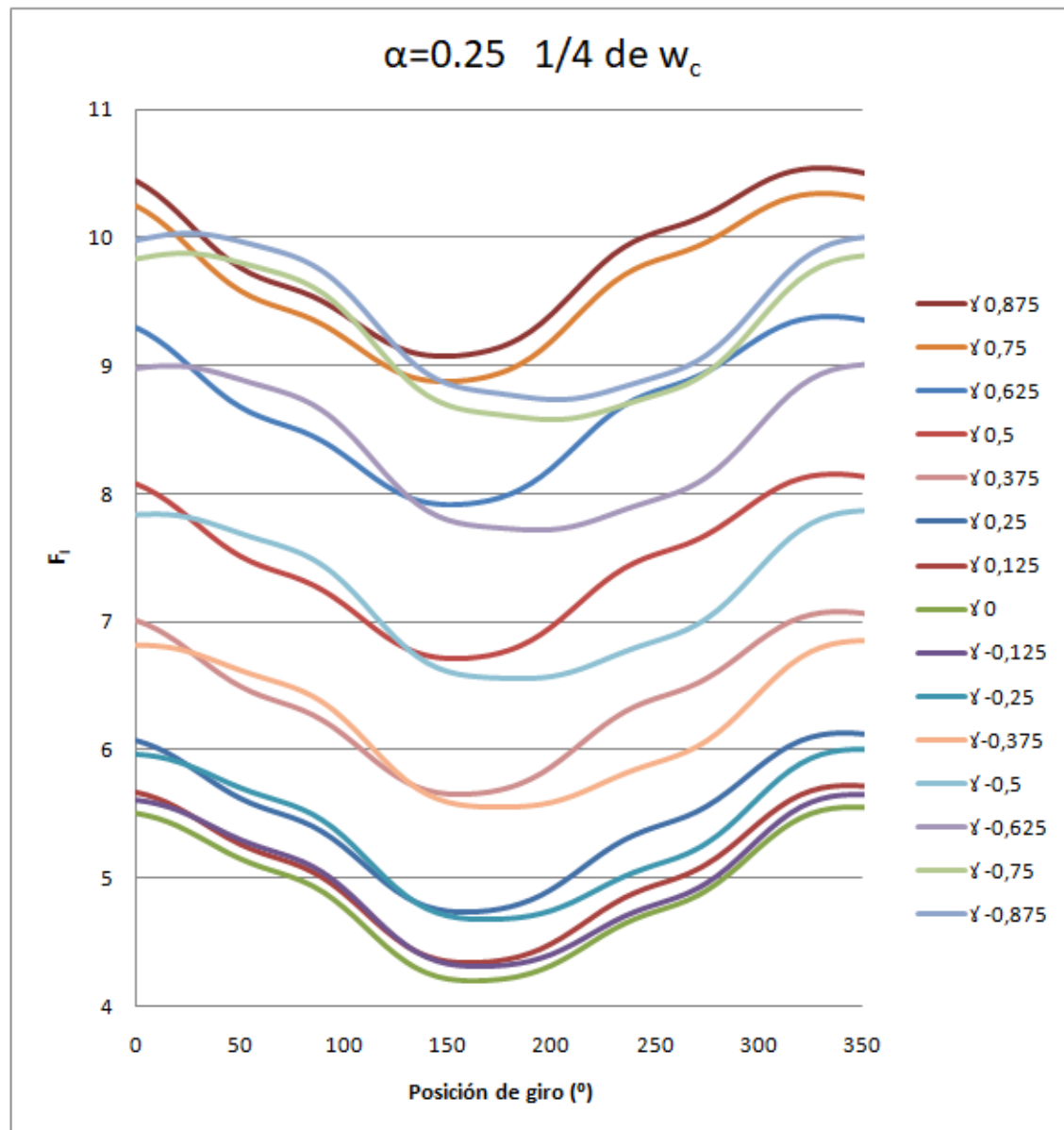


Figura 4.35: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.25$ a $1/4$ de la velocidad crítica.

Si se comparan las tres figuras anteriores, se observa que para una profundidad de fisura de $\alpha=0.25$ el Factor de Intensidad de Tensiones es superior a $1/2$ de la velocidad crítica como ocurría en el caso de $\alpha=0.1$. Sin embargo es mínimo a $1/3$ de la velocidad crítica. Posiblemente, esto ocurre debido a que la estimación de $1/4$ de la velocidad crítica no es muy próxima a la realidad.

Por otra parte, para las tres velocidades estudiadas para $\alpha=0.25$, se cumple que los valores de FIT máximos se dan en los extremos del frente de fisura: $\gamma = -0.875$ y

$\gamma = 0.875$; mientras que los valores mínimos se dan en las posiciones centrales del frente de fisura. Es decir, para $\alpha=0.25$ la fisura se propaga desde los extremos hacia el interior.

Por último se muestran los resultados para casos de $\alpha=0.4$, una profundidad de fisura superior a $\alpha=0.1$ y $\alpha=0.25$. En las figuras 4.36, 4.37 y 4.38 se representa el FIT para $\alpha=0.4$ a $1/2$, $1/3$ y $1/4$ de la velocidad crítica.

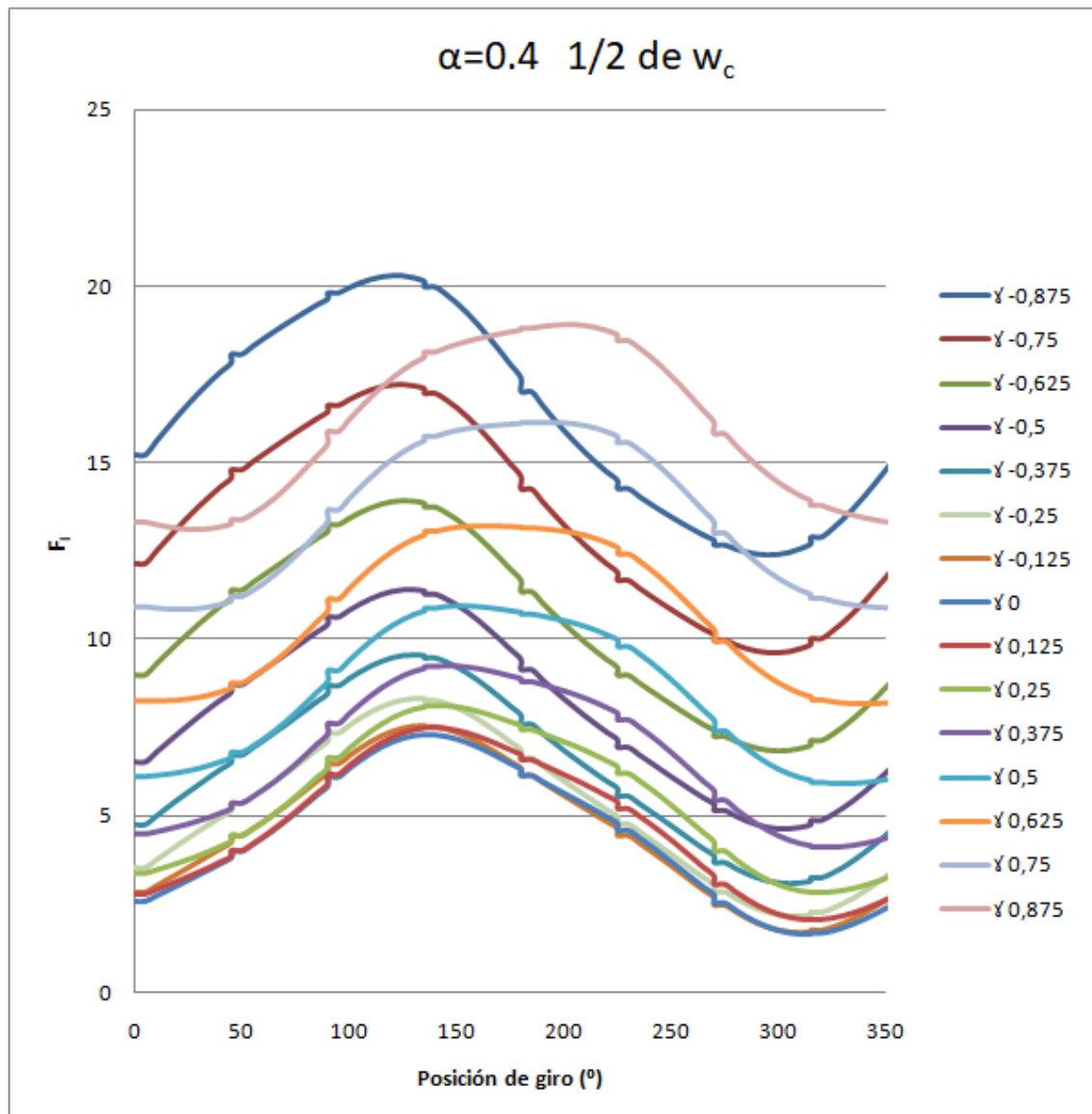


Figura 4.36: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.4$ a $1/2$ de la velocidad crítica.

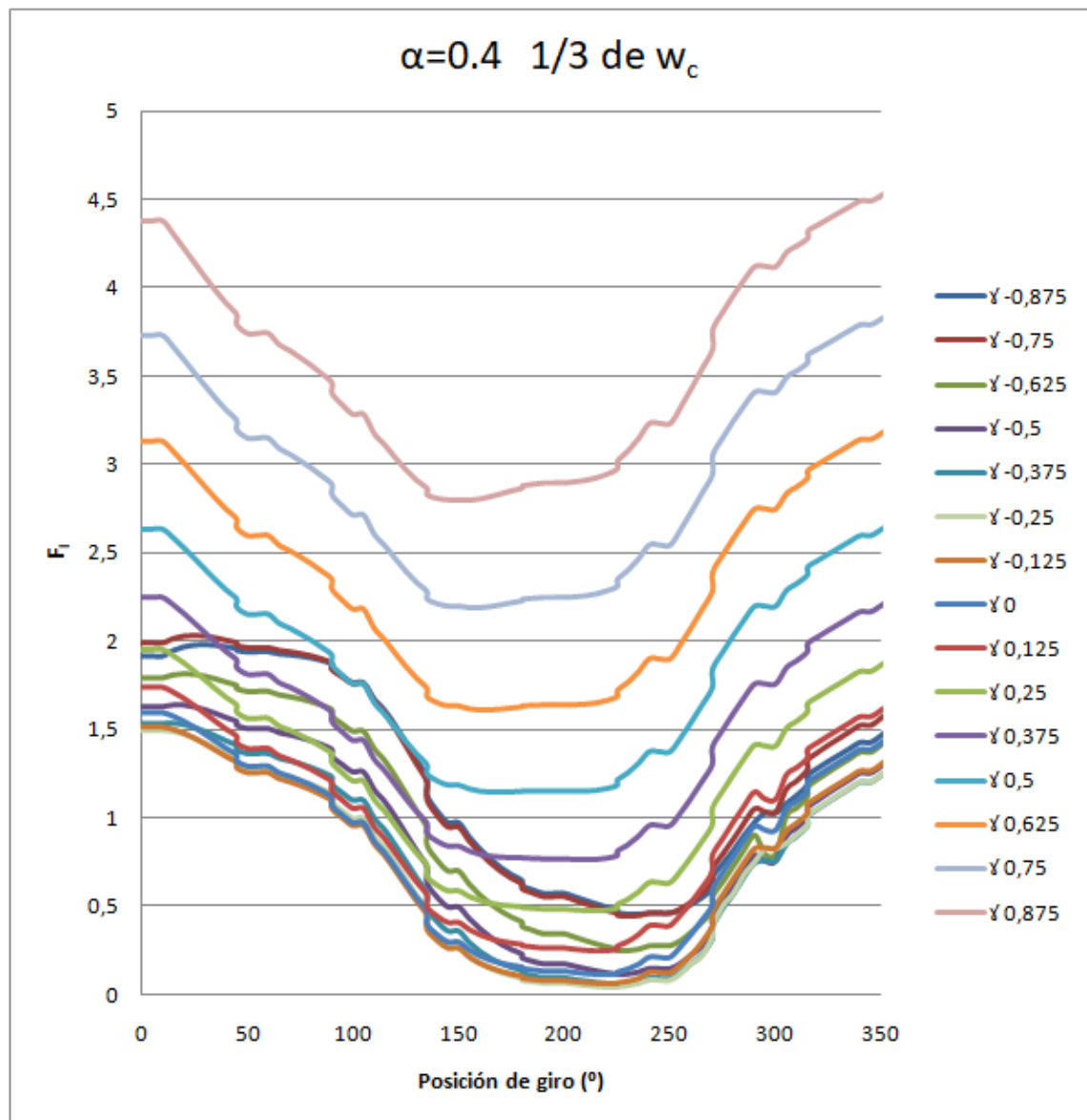


Figura 4.37: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.4$ a $1/3$ de la velocidad crítica.

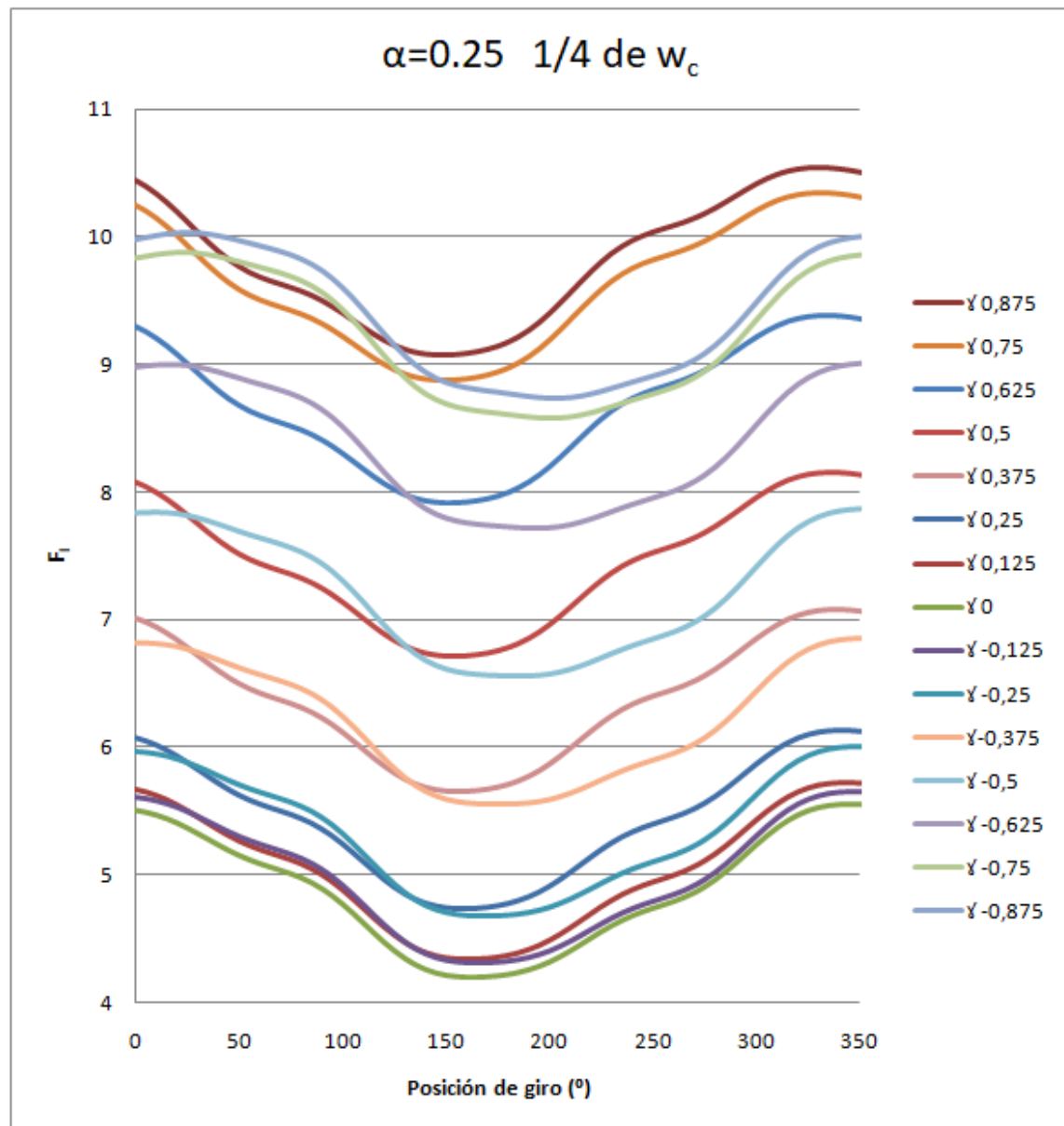


Figura 4.38: Factor de Intensidad de tensiones para una fisura de $\alpha=0.4$ a $1/4$ de la velocidad crítica.

Nuevamente, para una profundidad de fisura de $\alpha=0.4$ se obtiene un Factor de Intensidad de Tensiones superior para el caso de $1/2$ de la velocidad crítica, a su vez este es mayor que el caso de $1/3$ de la velocidad crítica y finalmente, el caso de $1/4$ es el que tiene los valores mínimos. Como se comentó anteriormente, según aumenta la velocidad de giro (velocidades más próximas a la velocidad crítica) aumenta el FIT.

Además, tal y como ocurría en el caso anterior de $\alpha=0.25$, para una profundidad de fisura de $\alpha=0.4$ la fisura avanza desde los extremos al interior. Esto se debe a que los

valores del FIT son superiores en los extremos del frente de la fisura, aunque en concreto en uno de ellos: $\gamma = +0.875$.

Por otra parte, para estudiar la influencia de la profundidad de fisura, se analizan por separado cada profundidad de fisura fijando el submúltiplo de la velocidad crítica.

Si comparamos las figuras 4.30, 4.33 y 4.36, todas ellas a una velocidad de 1/2 de la velocidad crítica, se observa que $FIT_{\alpha=0.1} > FIT_{\alpha=0.25} > FIT_{\alpha=0.4}$. Lo mismo ocurre para el caso de 1/3 de la velocidad crítica al comparar las figuras 4.31, 4.34 y 4.37.

Sin embargo, para el caso de 1/4 de la velocidad crítica, si observamos las figuras 4.32, 4.35 y 4.38 cambia el orden del siguiente modo: $FIT_{\alpha=0.25} > FIT_{\alpha=0.1} > FIT_{\alpha=0.4}$. Esto se debe posiblemente a que el caso de $\alpha=0.25$ a 1/4 de la velocidad crítica, representado en la figura 4.35, tenga los valores peor aproximados a la velocidad crítica.

5- CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

5.1- Conclusiones

En el presente Trabajo Fin de Grado se realiza un estudio numérico del comportamiento dinámico de un eje fisurado para diferentes profundidades de fisura analizadas a submúltiplos de la velocidad crítica, del que se obtienen las siguientes conclusiones:

- Una vez realizado el análisis estático en Abaqus añadiendo diferentes profundidades de fisura al eje, se observa cómo la velocidad crítica, que se corresponde con la frecuencia natural del rotor, disminuye según aumenta la profundidad de fisura. Esto se debe al efecto negativo de la fisura sobre la rigidez del eje; ya que al aumentar la fisura, disminuye la sección resistente del eje, disminuyendo a su vez la rigidez del mismo.
- Por otro lado, se realiza un estudio dinámico con el fin de obtener los desplazamientos verticales y horizontales del punto central de la sección con fisura. Si se comparan los resultados de la última vuelta para cada profundidad de fisura, se puede concluir que al aumentar la profundidad de fisura aumentan también los desplazamientos. En concordancia con otros autores, esto se puede explicar debido a la inestabilidad que genera una fisura en un eje.
- Además, al estudiar un mismo caso a diferentes submúltiplos de la velocidad crítica, se afirma que los casos con las velocidades más próximas a la velocidad crítica serán los que obtengan a su vez mayores desplazamientos.

El siguiente análisis que se realiza es el del Factor de Intensidad de Tensiones (FIT). Para ello es necesario obtener mediante un análisis dinámico los desplazamientos en el eje z, que representan la apertura o cierre de la fisura. A partir de estos resultados se han calculado mediante métodos numéricos dicho factor para todos los casos estudiados y se obtienen las siguientes conclusiones:

- Comparando individualmente cada caso de profundidad de fisura, se puede concluir que el FIT aumenta a medida que aumenta la velocidad de giro, siendo superiores aquellas más próximas a la velocidad crítica.
- Los puntos del frente de fisura con mayor valor de FIT serán aquellos donde comience a avanzar la fisura.
- Se considerará la fisura abierta cuando los valores de FIT sean positivos y la fisura cerrada en aquellos puntos donde el FIT sea igual a cero.
- Por otra parte, dependiendo de la profundidad de fisura, la grieta comienza a propagarse desde los extremos o desde el centro del frente de fisura. Para el caso de $\alpha=0.1$ se dan los valores máximos de FIT en las posiciones centrales, por lo que la fisura se extenderá desde el centro hacia los extremos. Sin embargo para los casos de $\alpha=0.25$ y $\alpha=0.4$ la fisura se propaga desde los extremos hacia el interior.
- Si se analiza por separado cada profundidad de fisura fijando el submúltiplo de la velocidad crítica, se observa como los valores de FIT son más elevados para profundidades de fisura inferiores. Según otros autores, el FIT debería aumentar conforme aumenta la profundidad de fisura, esta discrepancia con los resultados obtenidos se debe a que no se ha logrado obtener la velocidad crítica de forma exacta, si no una aproximación de esta.

5.2- Trabajos futuros

A partir de los resultados y conclusiones obtenidas en el presente estudio, se plantean los siguientes desarrollos futuros:

- Realizar un estudio de un eje fisurado obteniendo la velocidad crítica de un modo diferente. En vez de realizar un análisis de frecuencia, se podían obtener estas velocidades en modo implícito, con un mayor número de simulaciones, mediante otros métodos para lograr valores con mayor exactitud.
- A partir del modelo creado, definir una fisura con una geometría más próxima a la realidad.
- Estudiar mediante simulaciones el efecto de paradas y arranques de rotores para aproximarlos a la realidad.

6-PRESUPUESTO

A continuación se detallan los costes de personal, equipos y licencia que se han sido necesarios para la realización del presente Trabajo Fin de Grado.

Para calcular la amortización de los equipos y licencias de *software* empleados se utiliza la ecuación 6.27.

$$C_{amort} = \frac{t}{T} * P * D \quad (6.27)$$

Donde:

t es el número de meses que se ha utilizado el equipo o programa.

T es el periodo de depreciación.

P es el precio de compra del equipo o licencia.

D es el porcentaje de utilización.

En la tabla 6.2 se refleja el coste de amortización para equipos y licencias de *software* utilizados:

COSTES DE AMORTIZACIÓN					
	T (meses)	T (meses)	P(€)	D (%)	C_{amort} (€)
Licencias:					
Abaqus 6.11	6	12	33650	100	16825
Paquete Microsoft Office 2010	9	12	119	100	89
Equipos:					
PC laboratorio	6	12	2000	100	1000
PC personal	4	12	2000	100	667
Disco duro laboratorio	6	12	100	100	50
Total					18631

Tabla 6.2: Costes de amortización.

En la siguiente tabla se muestra el coste del personal:

COSTES DE PERSONAL			
	Horas dedicadas	Coste (€/h)	$C_{personal}(\text{€})$
Tutora (Doctora)	120	145	5400
Autora (Estudiante)	795	0	0
Total			5400

Tabla 6. 3: Costes de personal.

Si sumamos los costes de amortización de los equipos y licencia más los costes de personal, se obtiene un presupuesto total de la realización de este trabajo de 24031€.

7- BIBLIOGRAFÍA

- [1] W. J. M. Rankine, “*A Manual of machinery and millwork*” London: Griffin, vol. 1, 1887.
- [2] R. Tiwari, “*Analysis of simple rotor systems*” Chapter 2 Simple Rotor Systems India, Enero de 2010.
- [3] H. H. Jeffcott, “*The lateral vibration loaded shafts in the neighborhood of a whirling speed: the effect of want of balance*”. Philosophical Magazine, vol 37, 1919.
- [4] R. Tiwari, “*Theory & Practice of Rotor Dynamics*” Module 2 Simple Rotor Systems, India 23-04-2014. [Curso en línea]. Disponible en: <https://nptel.ac.in/courses/112103024/4> (Última visita: 7-08-2018).
- [5] E. Vogel, “*Entender qué es la resonancia es esencial para resolver problemas de vibración*” Blog de Schneider Electric, 17-09-2013. [En línea]. Disponible en: <https://www.schneider-electric.es/es/work/insights/understanding-of-resonance-essential-for-solving-vibration-problems.jsp> (Última visita: 14-09-2018).
- [6] V. Badiola, “*Vibraciones en máquinas*” Capítulo 5, Dpt. Ingeniería mecánica, energética y de materiales, Universidad pública de Navarra, 2004.
- [7] S. Dunkerley, “*On the whirling and vibration of shaft*” . Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Vol 185, 1894.
- [8] J. M. Vance, “*Rotordynamics of turbomachinery*”. New York: Wiley, 1988.
- [9] T. L. Anderson, “*Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*”, 3rd. Edition, 1991.
- [10] E. Aruajo, “*Mecánica de la fractura*”, 27-09-2016. [En línea]. Disponible en: <https://www.esss.co/blog/es/mecanica-de-la-fractura/> (Última visita: 9-08-2018).
- [11] A. A. Griffith, “*The phenomena of rupture and flaw in solids*”, Philosophical Transactions, Series A, Vol. 221, 1920.

- [12] G. R. Irwin, “*Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate*”, Journal of Applied Mechanics, 1957.
- [13] J. L. Aranda y J. J. González, “*Mecánica de fractura*”, Universidad del País Vasco, 2002. [En línea]. Disponible en: <https://web-argitalpena.adm.ehu.es/pdf/UCWEB024559.pdf>
- [14] G. R. Irwin, “*Plastic Zone Near a Crack and Fracture Toughness*”, Sagamore Ordnance Materials Conference, Syracuse University, 1960.
- [15] G. R. Irwin, “*Linear Fracture Mechanics, Fracture Transition and Fracture Control*”, Engineering Fracture Mechanics, 1968.
- [16] L. Montero, “*Estudio numérico y experimental de un eje giratorio fisurado. Determinación del Factor de Intensidad de Tensiones*”, Tesis Doctoral, Universidad Carlos III de Madrid, 2017.
- [17] I. Romero, “*Mecánica de la fractura*” Capítulo 9, Apuntes mecánica de sólidos Universidad Politécnica de Madrid. [En línea]. Disponible en: <http://simula.dimec.etsii.upm.es/~ignacio/resources/MSD/Apuntes/MSDcap9.pdf>
- [18] S. Ortolá, “*Principios de la Mecánica de la Fractura*”, Blog Ingeniería de Materiales, 29-05-2012. [En línea]. Disponible en: <https://ingenieriademateriales.wordpress.com/2012/05/29/principios-de-la-mecanica-de-la-fractura/> (Última visita: 10-08-2018).
- [19] R. Gash, “*Dynamic behavior of a simple rotor with a cross-sectional crack*” International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, Institute of Mechanical Engineers, 1976.
- [20] C. Papadopoulos y A. Dimarogonas, “*Coupled longitudinal and bending vibrations of a rotating shaft with an open crack*”, Journal of Sound and Vibration, vol. 117, 1987.
- [21] I. Mayes y W. Davies, “*Analysis of the response of a multi-rotor-bearing system containing a transverse crack in a rotor*”, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reability in Design, vol. 106, 1984.
- [22] A. Camacho, L. Palacios, I. Ramírez, E. Vera y L. Anchondo, “*Efectos en la vibración debidos al cambio de la rigidez en un rotor fisurado*”, Revista Tecnología e innovación, 8-10-2016. [En línea]. Disponible en: https://ecorfan.org/bolivia/researchjournals/Tecnologia_e_innovacion/vol3num9/Revista_Tecnologia_e_Innovacion_V3_N9_16_7.pdf (Última visita: 10-08-2018).
-

- [23] A. Rodríguez, “*Análisis técnico-Análisis de elementos finitos- FEA*”, albrodpulf, 9-03-2014. [En línea]. Disponible en: <https://albrodpulf1.wordpress.com/2014/03/09/analisis-analisis-de-elementos-finitos-fea/> (Última visita: 15-09-2018).
- [24] C. Navarro, “*Introducción al método de los elementos finitos*” Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, Universidad Carlos III de Madrid.
- [25] G. Mirlisenna, “*Método de los elementos finitos: ¿Qué es?*” 22-01-2016. [En línea]. Disponible en: <https://www.esss.co/blog/es/metodo-de-los-elementos-finitos-que-es/> (Última visita: 20-08-2018).
- [26] M. Y. Uzcátegui, “*Abaqus, Programa de elementos finitos*”, Centro Nacional de Cálculo Científico Universidad de los Andes, 6-09-2006. [En línea]. Disponible en: http://www.cecalc.ula.ve/documentacion/tutoriales/abaqus/introduccion_abaqus.pdf
- [27] ABAQUS/CAE User’s Manual (version 6.5). Dassault Systèmes, 2007.
- [28] M. Buesa, “*Factor de Intensidad de Tensiones para fisuras semielípticas en ejes cilíndricos bajo flexión rotativa*”, Trabajo Fin de Grado, Universidad Carlos III de Madrid, 2012.
- [29] P. Rubio “*Factor de Intensidad de Tensiones en fisuras elípticas con mecanismo de apertura y cierre en ejes giratorios*”. Tesis Doctoral, Universidad Carlos III de Madrid, Febrero de 2014.
- [30] Laura, “*Interpolación lineal*” La guía de Matemática, 7-05-2013. [En línea]. Disponible en: <https://matematica.laguia2000.com/general/interpolacion-lineal> (Última visita: 16-09-2018).